ISSN 1648-8776
JAUNŲJŲ MOKSLININKŲ DARBAI. NR. 1 (41). 2014

STOCHASTINĖS NEŠO PUSIAUSVYROS PAIEŠKOS ALGORITMAS

Valerijonas Dumskis, Leonidas Sakalauskas
Vilniaus universitetas, Matematikos ir informatikos institutas

Įvadas

1950 metais J. Nešas vieno puslapio apimties straipsnyje paskelbė n lošėjų lošimo pusiausvyros sąvoką [3]. Ši sąvoka, vadinama Nešo pusiausvyra, aiškinama įvairiai, todėl yra plačiai pritaikoma ekonomikoje ir kituose moksluose. Nešo pusiausvyra yra lošėjų strategijų rinkinio derinys, pasižymintis tokia savybe: nė vienas iš lošėjų nėra suinteresuotas vienpusiškai keisti savo strategijos, jei to nedaro visi kiti lošėjai. Nešo pusiausvyrą galima nagrinėti dviem požiūriais: kaip patarimą lošėjams ir kaip prognozę. Jeigu Nešo pusiausvyra tiriama kaip patarimas lošėjams, tai patarimas, kuris nėra pusiausvyra, kažkuriam lošėjui bus blogas. Taigi bet kuris patarimas lošėjui turi būti geriausias jo atsakas kitiems lošėjams, kuriems jau duotas patarimas. Šis požiūris naudojamas tuo atveju, kai norima nuspėti lošėjų, kurie yra visiškai racionalūs ir sugeba apskaičiuoti ir įvertinti savo pozicijas, elgesį. Tokiu būdu jie gali sau duoti atitinkamą patarimą. Kada tikslas yra prognozė, Nešo pusiausvyra gali būti suprantama kaip tam tikras stabilus dinaminio proceso, kuriame lošėjai adaptuoja savo elgesį pagal kitų lošėjų elgesį, taškas, lemiantis geriausią rezultatą. Šis požiūris yra populiarus biologijos moksle, kai tiriama populiacijos dinamika. Čia jokių prielaidų apie racionalumą nedaroma – tai tik savo interesų siekimo tikslas. Šis evoliucinis požiūris taikomas ir ekonomikoje [1], [2].

Stochastinės Nešo pusiausvyros uždavinius tenka spręsti daugelyje žmogaus veiklos sričių, kuriose reikia rasti pusiausvyrą, t. y. tokią situaciją, kurioje kiekvienas lošėjas vienpusiškai keisdamas strategiją (nes kiti lošėjai irgi laikysis tos situacijos strategijos) atsidurs blogesnėje padėtyje, esant vienokios ar kitokios rūšies neapibrėžtumui. Netgi determinuotu atveju, kai viskas tikrai žinoma (nėra neapibrėžtumo), Nešo pusiausvyra gali neegzistuoti arba tokia pusiausvyra gali būti ne viena. Jei nustatyta, kad Nešo pusiausvyra egzistuoja ir yra vienintelė, tai tada dar reikia ją surasti. Jeigu uždavinys nėra sudėtingas arba galima jo sudėtingumą sumažinti, atsisakant neesminių detalių, Nešo pusiausvyra gali būti apskaičiuojama palyginti lengvai. Sudėtingesniuose uždaviniuose reikia kurti algoritmą Nešo pusiausvyrai surasti. Tačiau jei yra ne viena Nešo pusiausvyra, tegalima surasti kurią nors vieną iš jų, nebūtinai geriausią (optimistiniu atveju reikėtų rasti geriausią, pesimistiniu atveju – blogiausią). Atskaitos tašku gali būti laikoma lokali Nešo pusiausvyra.

Stochastiniu atveju sprendimą reikia priimti nežinant konkrečios atsitiktinių dydžių realizacijos. Tam, kad sprendimo priėmimas (strategijos parinkimas) suteiktų Nešo pusiausvyrą, reikia atsižvelgti į visus įmanomus neapibrėžtumo realizacijos scenarijus, nes stochastinės Nešo pusiausvyros uždaviniuose tikslo funkcija ir (arba) ribojimai yra susiję su atsitiktinių dydžių įverčiais. Pavyzdžiui, ribojimai gali reikšti atitinkamų prekių ateities poreikius $h(\xi)$, priklausančius nuo atsitiktinių veiksnių ξ, kurių reikšmės priimant sprendimą nėra žinomos. Jeigu nagrinėtume avialinijų aljansą, tai aljanso nariai turi pasiskirstyti turimus išteklius tarpusavyje, nežinodami atitinkamų maršrutų ateities paklausos. Tokiu atveju galima siekti pusiausvyros, kurioje kiek įmanoma daugiau lošėjų išlošia beveik tikrai arba kurioje lošėjų laukiami išlošiai patenka į tam tikrą intervalą.

Jei visi atsitiktiniai dydžiai yra diskretieji, uždavinį galima performuluoti kaip determinuotą, beje, galbūt, labai didelio matavimo, ir Nešo pusiausvyros paieškai pritaikyti žinomus deterministinius algoritmus. Tačiau sprendžiant stochastinės Nešo pusiausvyros uždavinį pageidautina turėti pusiausvyros paieškos algoritmus, kurie labiau tiktų esant galimų scenarijų neapibrėžtumui. Šiame straipsnyje vienas toks algoritmas ir nagrinėjamas. Pažymėtina, kad dalis literatūroje nagrinėtų algoritmų pagrįsti tiriamo modelio detalėmis, t. y. algoritmas konstruojamas pagal agentų išlošio specifines funkcijas ir jų savybes.

Stochastinės Nešo pusiausvyros uždavinio formuluotė

Bendru atveju uždavinį (1) galima nagrinėti kaip netiesinės Nešo pusiausvyros uždavinį [7]:

$$F_j(x_1, x_2, ..., x_n) = Ef_j(x_1, x_2, ..., x_n, \xi) \rightarrow \min_{x_j \in D_j \subset R^{n_j}} ; \quad (1)$$

čia $\xi \in \Omega$ yra elementarusis įvykis tikimybinėje erdvėje (Ω, Σ, P_x), funkcijos $f_j : R^n \times \Omega \rightarrow \Re$ tenkina tam tikras integruotinumo, diferencijuotinumo bei iškilumo sąlygas, matas P_x yra absoliučiai tolydus ir gali priklausyti nuo *x*, t. y. jis apibrėžiamas įvedus tankio funkciją $p : R^n \times \Omega \rightarrow R_+$, *E* yra matematinės vilties simbolis.

Jei atsitiktiniai vektoriai išraiškoje (1) yra diskretieji, agentų tikslo funkcijas $F_j(x)$ galima apskaičiuoti kaip funkcijų $f_j(x, \cdot)$ vidurkius ir išspręsti uždavinį (1) kaip netiesinio programavimo uždavinį (dažniausiai labai didelį) [5].

Sprendžiant (1) tipo uždavinius, kai atsitiktiniai kintamieji yra tolydieji, paprastai daroma prielaida, kad galima konstruoti baigtines atsitiktinio dydžio ξ realizacijų sekas kiekviename taške $x \in D \subset \Re^n_+$ (čia $D = D_1 \otimes D_2 \otimes ... \otimes D_m \in \Re^n$) ir apskaičiuoti atitinkamas funkcijų f_j ir jų gradientų reikšmes šioms realizacijoms. Po to nesunku įvertinti Montekarlo metodu (1) uždavinio tikslo funkciją bei jos gradientą, išreiškiamus matematinėmis viltimis.

Taigi sukonstruokime tam tikro ilgio *N* Montekarlo imtį:

$$Y = (y^1, y^2, ..., y^N), \quad (2)$$

čia y^i yra nepriklausomi atsitiktiniai dydžiai, pasiskirstę vienodai su tankiu $p(x,\cdot):\Omega \to R_+$, $x \in D \subset R^n$. Dabar galima įvesti tokius tikslo funkcijų ir jų dispersijų imties įverčius:

$$\widetilde{F}_j(x) = \frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N} f_j(x, y^k), \ 1 \le j \le n, \tag{3}$$

$$\widetilde{D}_j^2(x) = \frac{1}{N-1}\sum_{k=1}^{N}(f_j(x, y^k) - \widetilde{F}_j(x))^2. \ 1 \le j \le n, \tag{4}$$

Taikant vidurkio diferencijavimo taisykles (žr. [6]), tikslo funkcijų gradientą dažnai galima įvertinti su ta pačia Montekarlo imtimi (2) be esminių papildomų skaičiavimų:

$$\widetilde{g}_j(x) = \frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N} g_j(x, y^k), \quad x \in D \subset R^n, \ 1 \le j \le n. \tag{5}$$

Naudojant Montekarlo imtį, taip pat galima apskaičiuoti kovariacinę matricą:

$$A(x) = \frac{1}{N-n}\sum_{k=1}^{N}(g(x, y^k) - \\ - \widetilde{g}(x)) \cdot (g(x, y^k) - \widetilde{g}(x))^T, \tag{6}$$

kurios toliau reikės sprendinio tikslumui vertinti, čia pažymėta:

$$g(x, y^k) = (g_1(x, y^k, ..., g_n(x, y^k))$$

$$\widetilde{g}(x) = (\widetilde{g}_1(x), ..., \widetilde{g}_n(x) \ .$$

Gradientinės paieškos metodas

Naudojant lošėjų tikslo funkcijų ir jų gradientų Montekarlo įverčius, galima sukonstruoti stochastinę Nešo pusiausvyros radimo procedūrą. Tarkime, kad duotas tam tikras pradinis artinys $x^0 \in D \subset R^n$, šiame taške sugeneruota tam tikro pradinio ilgio N^0 Montekarlo imtis (2) ir apskaičiuoti atitinkami imties įverčiai (3), (4), (5), (6). Tuomet pusiausvyros paieškos stochastinė procedūra, pagrįsta gradientais, konstruojama iteraciniu būdu:

$$x_j^{t+1} = x_j^t - \rho_j \cdot \widetilde{g}_j(x^t), \tag{7}$$

čia $\rho_j > 0$ yra tam tikri daugikliai, reguliuojantys gradientinio žingsnio ilgį, $1 \le j \le n$. Žingsnio ilgis gali būti nustatomas eksperimentiniu būdu.

Kyla imties (2) ilgio parinkimo problema. Kartais imties ilgis laikomas pastoviu visoms iteracijoms optimizavimo procese ir parenkamas pakankamai didelis, kad tenkintų reikiamą tikslumą visose iteracijose. Tačiau nėra didelio poreikio optimizavimo pradžioje įverčius skaičiuoti itin tiksliai, nes tuomet apskaičiuojama tik apytikslė kryptis optimumo link. Todėl galima imti nedideles imtis optimalios paieškos pradžioje ir tik vėliau, didinant imties ilgį, pasiekti tikslo funkcijos reikšmę reikiamu tikslumu, priimant sprendimą dėl optimalaus sprendinio radimo [6], [7]. Šią schemą galima realizuoti, jei kiekvienoje kitoje iteracijoje imties ilgis yra atvirkščiai proporcingas esamos iteracijos gradiento įverčio normos kvadratui. Kadangi gradiento įverčio Montekarlo paklaida yra atvirkščiai proporcinga imties ilgiui, gautume, kad ši paklaida yra santykinė. Tačiau žinoma, kad metodai su santykine gradiento paklaida gali būti konverguojantys. Taikyti praktikoje siūloma tokia imties ilgio reguliavimo taisyklė (žr. [6], [7]):

$$N^{t+1} = \min\left(\max\left(\left[\frac{n \cdot Fish(\gamma, n, N^t - n)}{\rho \cdot (\widetilde{g}(x^t)^T \cdot (A(x^t))^{-1} \cdot (\widetilde{g}(x^t)}\right] + \\ + n, N_{\min}\right), N_{\max}\right), \tag{8}$$

čia $Fish(\gamma, n, N^t - n)$ yra Fišerio pasiskirstymo, turinčio $(n, N^t - n)$ laisvės laipsnių, γ kvantilis.

Siekiant išvengti didelių imties ilgio svyravimų, paprastai nurodoma mažiausia ir didžiausia imties ilgio vertės (N_{min}≈20–50 ir N_{max}≈1000–5000). N_{max} taip pat gali būti parinktas pagal tikslo funkcijos įverčio pasikliautinojo intervalo sąlygas.

Konstantos parinkimas formulėje (8):

$$n \cdot Fish(\gamma, n, N^t - n) > \chi_\gamma^2(n),$$

čia $\chi_\gamma^2(n)$ yra χ^2 pasiskirstymo su n laisvės laipsnių γ kvantilis, atitinkantis gradiento normos kvadrato imties kovariacijų matricos (6) indukuotoje metrikoje asimptotinį pasiskirstymą pagal Fišerio dėsnį, o atsitiktinė gradiento paklaida šiuo atveju neviršija gradiento normos su tikimybe $1-\gamma$. (8) taisyklė taip pat garantuoja (7) sekos konvergavimą ([6], [7]).

Sprendimas dėl galimo optimalaus sprendinio radimo turi būti tiriamas kiekvienoje optimizavimo proceso iteracijoje. Kadangi težinomi agentų tikslo funkcijų ir jų gradientų Montekarlo įverčiai, galima tikrinti tik statistines optimalumo hipotezes. Šių įverčių stochastinė paklaida priklauso nuo Montekarlo imties tūrio, tad sprendimas apie galimą optimalumą gali būti priimtas, jeigu, pirma, nėra pagrindo atmesti hipotezę, kad gradientai lygūs nuliui, antra, jeigu imties tūris yra pakankamas tikslo funkcijai reikiamu tikslumu įvertinti.

Pažymėtina, kad imties įverčių (3) ir (5) skirstiniai gali būti aproksimuoti normaliuoju dėsniu remiantis centrine ribine teorema vienmačiu ir daugiamačiu atveju. Todėl būtinąsias pirmos eilės optimalumo (stacionarumo) sąlygas galima patikrinti pritaikius gerai žinomą daugiamatę Hotellingo T^2-statistiką. Optimalumo hipotezė taške x^t gali būti laikoma patvirtinta su tikimybe $1-\mu$, jei:

$$T_t^2 \equiv (N^t - n) \cdot (\widetilde{g}(x^t)^T \cdot (A(x^t)^{-1} \cdot (\widetilde{g}(x^t) \ / n \le \\ \le Fish(\mu, n, N^t - n). \tag{9}$$

Toliau galima pasinaudoti asimptotiniu normalumu dar kartą ir nuspręsti, kad tikslo funkcija yra apskaičiuota tikslumu ε, jeigu jos pasikliautinasis intervalas neviršija reikiamos tikslumo ribos:

$$\eta_\beta \cdot \widetilde{D}_j(x^t) / \sqrt{N^t} \le \varepsilon, \tag{10}$$

čia η_β yra normaliojo skirstinio β kvantilis.

Jei nors viena iš sąlygų (9), (10) nėra tenkinama, tuomet procedūra (7) kartojama taške, apskaičiuotame pagal (7) lygtį, pagal kurią imties (2) ilgis apskaičiuojamas remiantis (8). Jei abi šios sąlygos tam tikroje iteracijoje tenkinamos, tai priežasčių atmesti hipotezę apie optimumo radimą nėra, vadinasi, yra pagrindas stabdyti optimizavimą ir priimti sprendimą apie optimumo radimą reikiamu tikslumu. Optimizavimas turi pasibaigti po baigtinio Montekarlo imčių skaičiaus generavimo.

Stochastinis Nešo pusiausvyros modelis elektros rinkoje su išankstiniais sandoriais

Panagrinėkime neatidėliotinų sandorių elektros rinką [4], kurioje yra M gamintojų ir jie tarpusavyje varžosi kainomis, kol paklausa yra nežinoma (neapibrėžta). Paklausa rinkoje aprašoma atvirkštine paklausos funkcija $p(Q,\xi(\omega))$, čia $p(Q,\xi(\omega))$ yra rinkos kaina, Q yra bendra elektros pasiūla rinkoje, $\xi:\Omega\to R$ yra tolydus atsitiktinis dydis. Paklausos neapibrėžtumas charakterizuojamas atsitiktinio dydžio ξ skirstiniu. Prieš tai, kol rinkos paklausa nežinoma, gamintojai $i, i=1,\dots,M$ pasirenka elektros kiekius q_i, kuriuos jie gamins. Gamintojo laukiamas pelnas gali būti aprašytas taip:

$$R_i(q_i,Q_{i-1}) = E[q_i p(Q,\xi) - C_i(q_i) + H_i(p(Q,\xi))],$$

čia $Q = q_i + Q_{-i}$ yra bendra pasiūla, Q_{-i} yra varžovų i-ajam gamintojui bendra pasiūla, $q_i p(Q,\xi)$ yra i-ojo gamintojo pajamos, pardavus q_i elektros kiekį, jei rinkos paklausos scenarijus bus $p(Q,\xi(w))$, $C_i(q)$ – bendros sąnaudos, patiriamos gaminant kiekį q_i, $H_i(p(Q,\xi)$ – mokėjimai pagal sutartis su perpardavėjais. Sutartys naudojamos kaip rizikos mažinimo priemonė esant neapbrėžtumui. Sutartys gali būti abipusės arba vienpusės, čia nagrinėsime vienpuses sutartis, kai $w_i(p-f)$ moka i-asis gamintojas elektros perpardavėjui tik tuo atveju, kai $p>f$, f – kaina, o w_i yra kiekis pagal sutartį. Taigi

$$H_i(p(Q,\xi)) = -w_i \max(p(Q,\xi) - f, 0).$$

i-asis gamintojas siekia maksimizuoti laukiamą pelną, parinkdamas gamybos kiekį q_i, t. y.

$$r_i(q_i,Q_{i-1},\xi) = q_i p(Q,\xi) - C_i(q_i) - w_i \max(p(Q,\xi) - f, 0) \to \max_{q_i}.$$

Gamintojo laukiamas pelnas gali būti išreikštas taip:

$$R_i(q_i,Q_{i-1}) = \mathrm{E}[r_i(q_i,Q_{i-1},\xi)].$$

Stochastinė Nešo pusiausvyra yra toks rinkinys $q^* = (q_1^*, q_2^*, \dots, q_M^*)$, kuriame

$$-R_i(q_i^*, Q_{i-1}^*) = \min_{q_i\in Q_i}[-R_i(q_i, Q_{-i}^*)], \forall i, i = 1,\dots,M,$$

čia $Q_i = [0, q_i^u]$ ir q_i^u yra i-ojo gamintojo ribinis pajėgumas.

Tarkime, kad yra trys gamintojai. Imsime atvirkštinę paklausos funkciją $p(q,\xi) = \alpha(\xi) - \beta q$, čia ξ yra atsitiktinis tolygiai pasiskirstęs intervale $[0,1]$ dydis, $\beta = 1$, o $\alpha(\xi) = \alpha\xi + \alpha_0$ ir $\alpha = 20, \alpha_0 = 30$. Sutarties kaina $f = 22$. 1 lentelėje pateikiame kiekius w_i pagal sutartis ir patiriamų sąnaudų $C_i(q_i)$ funkcijas.

1 lentelė. ***Kiekiai pagal sutartis ir sąnaudų funkcijos***

Gamintojas	w_i	$C_i(q_i)$
1	10	$q_1^2 + 2q_1$
2	8	$2q_2^2 + 2q_2$
3	0	$2q_3^2 + 3q_3$

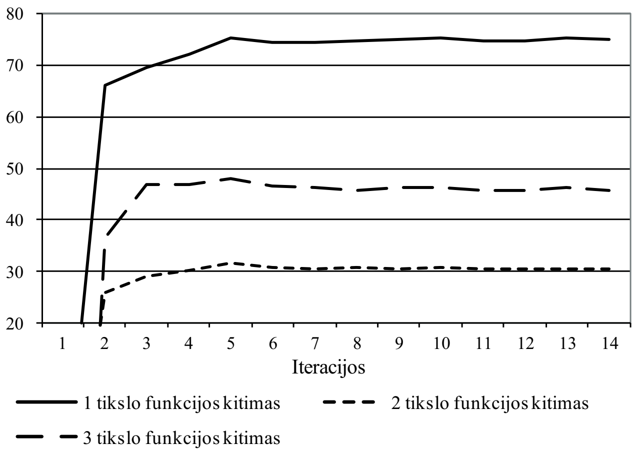
Po 10 iteracijų gautas, paėmus pradinį tašką (10, 10, 10), ir analizinis sprendiniai pateikti 2 lentelėje.

Pagal aprašytą (7) procedūrą stabdymą galima atlikti anksčiau, kai yra įvykdytos optimalumo sąlygos ir pasiekiamas pageidautinas tikslumas. Pastebima, kad gamintojų gaminami kiekiai tarpusavyje labai susiję, t. y. jie koreliuoja, nes kiekvienas gamintojas adaptuoja savo elgesį pagal kitus. Gamintojų gaminami kiekiai ir bendras kiekis pavaizduoti 5 pav.

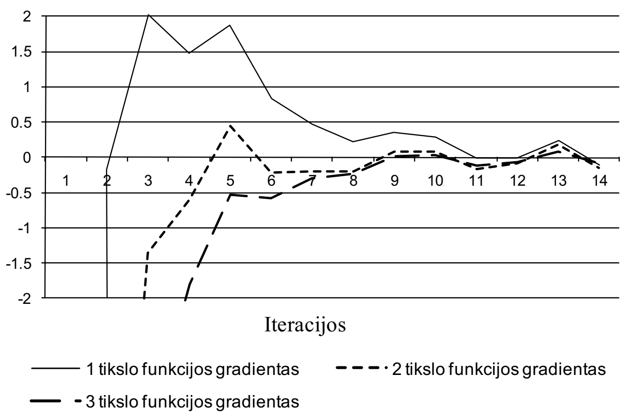
1 pav. parodytas tikslo funkcijų kitimas, 2 pav. – tikslo funkcijų gradientų kitimas. 3 pav. pateikiamos 1–3 gamintojų tikslo funkcijų pasikliautinųjų intervalų ilgio reikšmės (kai pasikliovimo tikimybė 0,95) esant atitinkamai iteracijai. 4 pav. pavaizduotas Hotellingo T^2 statistikos kitimas.

2 lentelė. ***Uždavinio sprendimo rezultatai***

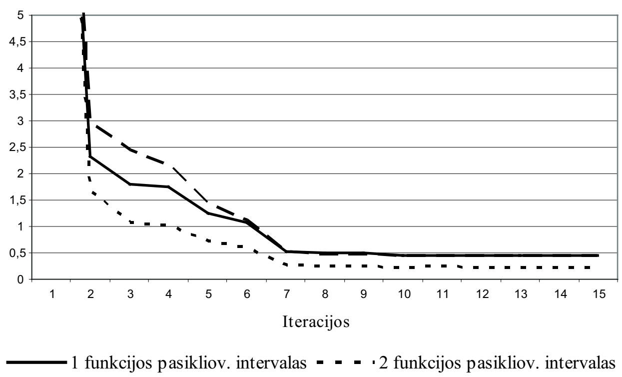
t	q_1	q_2	q_3	Q	$\mathrm{E}[p(Q,\xi)]$	R_1	R_2	R_3	N^t
1	10	10	10	30	10,274	-17,26	-117,26	-127,26	2
2	7,827	5,827	5,727	19,382	20,708	65,91	25,69	35,81	9
3	7,784	5,132	4,634	17,550	22,324	70,64	30,05	46,60	204
4	7,983	5,000	4,250	17,233	22,547	72,65	30,62	46,95	2283
5	8,151	4,961	4,079	17,191	22,959	74,33	30,70	48,14	926
6	8,358	5,022	4,036	17,416	22,505	73,38	30,02	46,14	4085
7	8,440	4,992	3,968	17,401	22,793	74,58	30,21	47,05	10316
8	8,532	5,011	3,963	17,506	22,540	74,79	30,58	46,03	3656
9	8,552	4,980	3,936	17,468	22,384	74,37	30,46	45,31	2538
10	8,544	4,944	3,906	17,394	22,609	74,93	30,48	46,08	39748
	Analizinis sprendinys								
q^*	8,642	4,980	3,923	17,545	21,687	75,70	30,70	46,50	



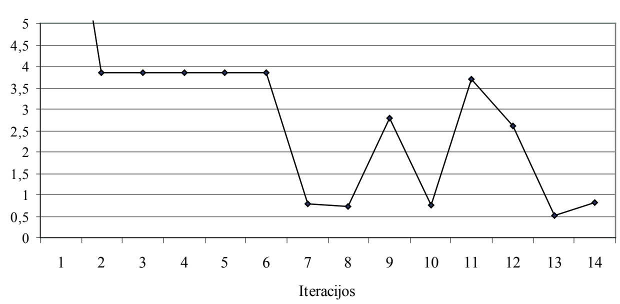
1 pav. Tikslo funkcijų kitimas



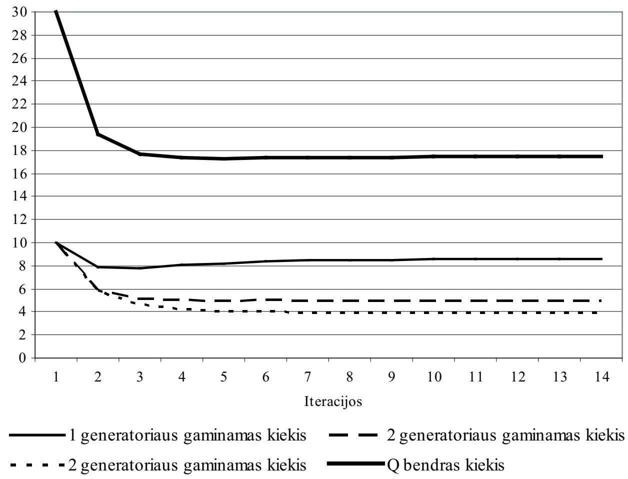
2 pav. Tikslo funkcijų gradientų kitimas



3 pav. Tikslo funkcijų pasikliautinųjų intervalų ilgiai

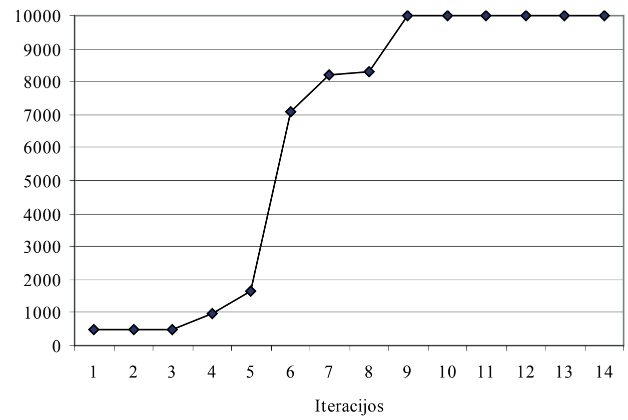


4 pav. Hotellingo T^2 statistikos reikšmės.



5 pav. Gamintojų gaminami kiekiai, bendras kiekis

Imties ilgis, apskaičiuojamas pagal (8) formulę, pavaizduotas 6 pav. Naudotos tokios imties ilgio reikšmės: minimali N_{min} = 500, maksimali N_{max} = 10 000.



6 pav. Imties tūrio kitimas

Išvados

1. Pasiūlytas stochastinės Nešo pusiausvyros paieškos algoritmas, pagrįstas reguliuojamo ilgio atsitiktinių imčių generavimu. Čia kiekvienoje iteracijoje kitas taškas nustatomas gradientinės paieškos būdu.
2. Algoritmo vykdymą galima nutraukti, kai sprendinio optimalumas ir tikslumas įvertinamas pagal statistinį kriterijų, t. y. patikrinama hipotezė apie sprendinio optimalumą ir nustatomas tikslo funkcijos pasikliautinojo intervalo ilgis.
3. Kompiuterinio testavimo rezultatai parodė, kad sukurtas algoritmas leidžia nustatyti optimalią stochastinės Nešo pusiausvyros strategiją norimu tikslumu.

Literatūra

1. Hoffbauer J., Sigmund K., 1988, *The Theory of Evolution and Dynamical Systems*. Cambridge Univ. Press, Cambridge, U.K.
2. Maynard Smith J., 1974, The theory of games and the evolution of animal conflicts. *J. Theor. Biol.* Vol. 47. P. 209–221.
3. Nash J. F., 1950, Equilibrium points in *n*-person Gamės. *Proc. Natl. Acad. Sci. USA*. Vol. 36. P. 48–49.

4. Xu H., Zhang D., 2013, Stochastic Nash equilibrium problems: sample average approximation and applications. *Computational Optimization and Applications*. Prieiga per internetą: <http://link.springer.com/article/10.1007/s10589-013-9538-7> [žiūrėta].
5. Ermolyev Yu., Wets R., 1988, *Numerical Techniques for Stochastic Optimization*. Springer – Verlag. Berlin.
6. Sakalauskas L., 2002, Nonlinear stochastic programming by Monte-Carlo estimators. *European Journal on Operational Research*. Vol. 137. P. 558 – 573.
7. Sakalauskas L., 2000, Nonlinear stochastic optimization by Monte-Carlo method. *Informatica*, Vol. 11. No 4. P. 455–468.

AN ALGORITHM FOR THE SEARCH OF THE STOCHASTIC NASH EQUILIBRIUM

Valerijonas Dumskis, Leonidas Sakalauskas

Summary

In this paper we consider the stochastic Nash equilibrium problem with uncertainty described by absolutely continuous distribution. An iterated algorithm based on finite sequences of Monte-Carlo samples is introduced to solve the problem. A rule for adjusting the Monte-Carlo sample size is introduced to ensure the convergence and to solve the problem rationally. Optimality and accuracy of the solution are estimated on statistical criteria: a testing of the statistical hypothesis of the problem optimality and a calculation of the length of confidence interval of the objective function.

Key words: Stochastic Nash equilibrium, Monte – Carlo method, convergence.

STOCHASTINĖS NEŠO PUSIAUSVYROS PAIEŠKOS ALGORITMAS

Valerijonas Dumskis, Leonidas Sakalauskas

Santrauka

Darbe nagrinėjamas stochastinės tiesinės Nešo pusiausvyros uždavinys, kai neapibrėžtis aprašoma absoliučiai tolydžiuoju dėsniu. Šiam uždaviniui spręsti pasiūlytas iteracinis algoritmas baigtinėmis Montekarlo imčių sekomis. Straipsnyje aprašoma, kaip taikoma Montekarlo imčių dydžio reguliavimo taisyklė, užtikrinanti konvergavimą ir leidžianti racionaliai atlikti skaičiavimus. Sprendinio optimalumas ir tikslumas vertinami statistiniais būdais, patikrinant statistinę hipotezę apie sprendinio optimalumą ir skaičiuojant tikslo funkcijos pasikliautinąjį intervalą.

Prasminiai žodžiai: stochastinė Nešo pusiausvyra, Montekarlo metodas, konvergavimas.

Įteikta 2014-01-15