

VILNIAUS UNIVERSITETAS
MATEMATIKOS IR INFORMATIKOS FAKULTETAS
FINANSŲ IR DRAUDIMO MATEMATIKOS BAKALAURO STUDIJŲ
PROGRAMA

Paulina Dainelytė

**MIRTINGUMO STUDIJŲ PROJEKTO "HUMAN MORTALITY
DATABASE" NAUDOJAMŲ METODŲ APŽVALGA**

**OVERVIEW OF METHODS USED BY MORTALITY STUDY
PROJECT "HUMAN MORTALITY DATABASE"**

Bakalauro baigiamasis darbas

Leidžiu ginti
Darbo vadovė **Asist., Dr. Aldona Skučaitė**

(data)

Vilnius 2020

MATEMATIKOS IR INFORMATIKOS FAKULTETAS

MATEMATIKOS INSTITUTAS

Darbo vadovas pedagoginis vardas, vardas, pavardė _____

Darbo recenzentas _____

Darbas apgintas įrašoma data

Darbas įvertintas _____

Registravimo NR. _____

Įrašoma atidavimo į katedrą data _____

SANTRAUKA

Mirtingumo rodikliai parodo daug svarbių aspektų - tokių kaip likusi tikėtina gyvenimo trukmė, mirties tikimybė ir pan. Šie rodikliai yra reikalingi įstaigoms, kurių veikla yra susijusi su draudimu, socialine apsauga, senatvės pensijomis ar pan. Oficialiose šalių statistikos svetainėse dažnai pateiktų duomenų nepakanka (pvz. pateikiamas tik mirčių skaičius), todėl mirtingumo rodiklius tenka įvertinti patiems, tad šio baigiamojo darbo svarbiausias uždavinys yra išsiaiškinti kaip mirtingumo rodikliai vertinami pagal The Human Mortality Database.

Šiame darbe bus aprašomi žingsniai, kaip įvertinti įvairius nežinomus parametrus ir apibrėžtos formulės, reikalingos mirtingumo rodikliams apskaičiuoti. Remiantis aprašytais žingsniais bus sudarytos mirtingumo lentelės bei palyginami gauti rodikliai.

Raktiniai žodžiai: mirtingumo lentelės, mirtingumo lentelių sudarymo metodai, Lexis diagrama, lauktinioji gyvenimo trukmė.

ABSTRACT

Death rates show many important aspects, such as remaining life expectancy, probability of death, etc. These indicators are needed for institutions whose activities are related to insurance, social security, old-age pensions and so on. The data provided on the official country statistics websites are often insufficient (only the number of deaths are provided), so mortality rates have to be assessed by ourselves. The main goal of this dissertation is to find out how death rates are measured according to The Human Mortality Database.

This dissertation will describe the steps to estimate the various unknown parameters and define the formulas needed to calculate mortality rates. Based on the described steps, mortality tables will be compiled and the obtained indicators will be compared.

Key words: life tables, life table compilation technique, Lexis diagram, life expectancy.

TURINYS

SANTRAUKA.....	3
ABSTRACT	3
1. ĮVADAS	5
2. HMD METODIKOS APŽVALGA	6
3. MIRTINGUMO LENTELĖS PAGAL LYTĮ.....	14
4. IŠVADOS	16
5. LITERATŪRA IR ŠALTINIAI.....	17
A PRIEDAI	18

1. ĮVADAS

Kiekviena šalis kaupia ir analizuoja savo gyventojų mirtingumo duomenis, kadangi šie duomenys yra reikalingi rizikai ar kitiems kriterijams įvertinti tokios srityse kaip senatvės pensijos, draudimas, socialinė apsauga ir pan. Šiame darbe bus nagrinėjama *The Human Mortality Database* (HMD) bazės metodika. Ši duomenų bazė nagrinėja įvairius su žmonių mirtingumu susijusius rodiklius, tokius kaip mirtys, mirtingumo rodikliai, gyvenimo trukmė, vidutinis išgyvenamumo laikas, mirtys skirtinguose Lexis trikampiuose ir pan. Remiantis įvairiais mirtingumo rodikliais taip pat yra sudarytos mirtingumo lentelės. Nagrinėjant šios duomenų bazės metodiką bus atliekami skaičiavimai 2017-2018 metų Lietuvos gyventojų duomenims, sudarytos mirtingumo lentelės pagal amžių atskirai vyrams ir moterims, atliekami palyginimai su gautais duomenimis.

Pirmajame skyriuje yra pateikiama teorija - aprašomi žingsniai, kuriuos sekant vieną po kito galima sudaryti mirtingumo lenteles, o sekančiame skyriuje pasinaudojus pirmo skyriaus informacija pateikiamos R programavimo kalba sukonstruotos mirtingumo lentelės pagal lytį, atliekama trumpa gautų rodiklių apžvalga.

2. HMD METODIKOS APŽVALGA

Šiame skyriuje bus apžvelgiami bei paaiškinami tam tikri HMD bazės metodikoje naudojami metodai bei apibrėžiamos formulės mirtingumo lentelių rodiklių skaičiavimui.

Mirtingumo lentelių sudarymas yra gana ilgas procesas. Tipiniai žingsniai yra šie:

1. *Duomenų surinkimas*. Stebimas asmuo, kuriam kalendoriniais metais t sueina x metų. Remiantis HMD metodika, mirtingumo lentelėms sudaryti reikalingi šie pirminiai duomenys: moterų ir vyrų (atskirai) mirčių skaičius t metais, gyventojų skaičius $[x, x + 1)$ ir $[t, t + 1)$ intervaluose bei gimstamumo duomenys $[t, t + 1)$ intervaluose.

2. *Parametrų vertinimas iš surinktų duomenų*. Dalis surinktų duomenų jau yra paruošti naudojimui, bet, pavyzdžiui, gali būti mirčių, kai nežinomas mirusiojo amžius ir pan, tad šiuos duomenis reikia įvertinti. Parametrų vertinimo žingsniai yra aprašomi žemiau.

3. *Neaiškaus amžiaus mirčių perskirstymas*. Pirminiuose duomenyse gali būti papildoma kategorija („Nenurodyta“, „Unknown“ ar pan.) duomenų, kuriuose nurodytas mirčių skaičius, tačiau neaišku kokio amžiaus būdamas asmuo mirė. Šios mirtys yra vadinamos nežinomo amžiaus mirtimis. Pirminius duomenis prieš atliekant skaičiavimus reikia sutvarkyti. Kadangi duomenų lentelėse gali būti nežinomo amžiaus mirtys jas turime perskirstyti per amžiaus grupes. Mirčių skaičiaus įvertinimui naudojama formulė:

$$D^*(x, t) = D(x, t) \cdot \left(\frac{D_{Tot}(t)}{D_{Tot}(t) - D_{Unk}(t)} \right),$$

kur x – amžius, t – kalendoriniai metai, $D(x, t)$ – x amžiaus asmenų mirčių skaičius t metais, $D_{Tot}(t)$ – bendras mirčių skaičius t metais, $D_{Unk}(t)$ – nežinomų mirčių skaičius t metais.

Ši formulė naudojama atskirai vyrų ir moterų nežinomo amžiaus mirčių perskirstymui.

4. *Mirčių padalijimas 1x1 į Lexis trikampus*. Lexis diagrama yra metodas, vaizduojantis gyventojų skaičiaus svyravimus bei demografinius įvykius per tam tikrą amžių. Lexis trikampiai – tai mirtys, suskirstytos pagal amžių, mirties metus ir kohortą (gimimo metus). Lexis trikampiai skirstomi į apatinius ir viršutinius. Minėti apibrėžimai bus paaiškinti naudojant pavyzdį. Tarkime $x = 5$, $t = 2020$. Dalis 5 metų amžiaus žmonių 2020-uosius metus pasitiko jau būdami 5 metų amžiaus (t.y. gimė 2014 metais), o kita dalis penkto gimtadienio sulauks tik 2020-aisiais metais (gimė 2015 metais). Taigi, gimusieji 2014-ais metais (vyresni) pateks į viršutinį Lexis trikampį, o gimusieji 2015-ais metais (jaunesni) – į apatinį.

Kadangi pirminiuose duomenyse nurodytos mirtys Lexis kvadratais, o tolimesniems skaičiavimams prireiks mirčių apatiniuose ir viršutiniuose Lexis trikampiuose, jų įverčiai atitinkamai apskaičiuojami pagal žemiau pateiktas formules:

$$\widehat{D}_L(x, t) = \widehat{\pi}_d(x, t) \cdot D(x, t) \text{ ir}$$

$$\widehat{D}_U(x, t) = D(x, t) - \widehat{D}_L(x, t) = [1 - \widehat{\pi}_d(x, t)] \cdot D(x, t),$$

kur $\widehat{\pi}_d(x, t)$ yra skirtumų pagal lytį įvertinimo lygtis. Ši lygtis yra naudojama HMD metodikoje, o jai išvesti buvo atlikta regresinė analizė atskirai vyrams ir moterims trijose pasirinktose šalyse.

Moterims $\widehat{\pi}_d(x, t)$ lygtis yra:

$$\begin{aligned} \widehat{\pi}_d(x, t) = & 0.4710 + \widehat{\alpha}_x^F + 0.7372 \cdot [\pi_b(x, t) - 0.5] \\ & + 0.1025 \cdot I(t = 1918) - 0.0237 \cdot I(t = 1919) \\ & - 0.0112 \cdot \ln IMR(t) \\ & - 0.0688 \cdot \ln IMR(t) \cdot I(x = 0) \\ & + 0.0268 \cdot \ln IMR(t) \cdot I(x = 1) \\ & + 0.1526 \cdot [\ln IMR(t) - \ln(0.01)] \cdot I(x = 0) \cdot I(IMR(t) < 0.01). \end{aligned}$$

Vyrams $\widehat{\pi}_d(x, t)$:

$$\begin{aligned} \widehat{\pi}_d(x, t) = & 0.4838 + \widehat{\alpha}_x^M + 0.6992 \cdot [\pi_b(x, t) - 0.5] \\ & + 0.0728 \cdot I(t = 1918) - 0.0352 \cdot I(t = 1919) \\ & - 0.0088 \cdot \ln IMR(t) \\ & - 0.0745 \cdot \ln IMR(t) \cdot I(x = 0) \\ & + 0.0259 \cdot \ln IMR(t) \cdot I(x = 1) \\ & + 0.1673 \cdot [\ln IMR(t) - \ln(0.01)] \cdot I(x = 0) \cdot I(IMR(t) < 0.01). \end{aligned}$$

Šiose lygtyse indikatorinė funkcija $I()$ yra apibrėžta šia formule:

$$I_A(x) = \begin{cases} 1, & \text{kai } x \in A \\ 0, & \text{kai } x \notin A \end{cases}$$

$\widehat{\pi}_d(x, t)$ apskaičiavimui taip pat reikalingas gimstamumo santykis $\pi_b(x, t)$, kurio formulė yra:

$$\pi_b(x, t) = \frac{B(t - x)}{B(t - x) + B(t - x - 1)},$$

kur $B(t)$ yra naujagimių skaičius t metais. Jeigu negalime apskaičiuoti $B(t - x)$ arba $B(t - x - 1)$ dėl duomenų trūkumo, tokiu atveju $\pi_b(x, t) = 0.5$.

Dar vienas reikalingas rodiklis yra kūdikių mirtingumas $IMR(t)$:

$$IMR(t) = \frac{D(0, t)}{\frac{1}{3}B(t-1) + \frac{2}{3}B(t)}.$$

Jeigu negalime apskaičiuoti $B(t-1)$ dėl duomenų trūkumo, tuomet reikšmę prilyginame $B(t)$ (t.y. $B(t-1) = B(t)$).

Amžiaus koeficientų $\hat{\alpha}_x^F$ ir $\hat{\alpha}_x^M$ reikšmės yra nurodytos atitinkamai 1 ir 2 lentelėse prie priedų. Čia indeksai F ir M atitinkamai reiškia moteris ir vyrus.

Toliau, paprastumo dėlei $\hat{D}_L(x, t)$ ir $\hat{D}_U(x, t)$ bus žymima $D_L(x, t)$ ir $D_U(x, t)$.

5. *Atviro amžiaus intervalo mirčių padalijimas į Lexis trikampius.* Kadangi pirminiuose duomenyse žmonių mirtys amžiaus intervaluose $[x, x+1)$ nurodytos tik iki 94 metų, o vėliau nurodytas bendras mirčių skaičius 95 ir vyresnio amžiaus žmonėms, pagal HMD metodiką, mirtis į Lexis trikampius reikia išskirstyti iki 109 metų amžiaus, o atviras intervalas paliekamas tik 110 ir vyresniems. Atviro amžiaus mirčių intervalo padalijimui į Lexis trikampius bus naudojama:

i) teorinė išgyvenamumo funkcija:

$$S(x^* - i) = \frac{{}_\infty D_{x^*-i}}{{}_\infty D_{x^*-20}},$$

čia $i = 0, 1, \dots, 20$, x^* - apatinė atviro amžiaus intervalo riba, ${}_x D_{x^*-i}$ mirčių skaičius nuo amžiaus $x^* - i$ iki atvirojo amžiaus intervalo (jį įskaitant). Pvz.: jeigu $x^* = 95$, o $i = 5$, tai ${}_x D_{x^*-i} = {}_\infty D_{95-5} = {}_\infty D_{90}$ yra mirčių skaičius 90 metų amžiaus ir vyresnių asmenų.

ii) išgyvenamumo funkcija, paremta Kannisto mirtingumo modeliu vyresnio amžiaus asmenims:

$$s(x) = \left(\frac{1+a}{1+ae^{b(x-x_0)}} \right)^{1/b},$$

kur $x_0 = x^* - 20$, o a ir b – nežinomi parametrai;

iii) prielaida, kad vyresnėje nei x metų amžiaus populiacijoje:

$$\hat{S}(x) = \hat{s}(x), \quad \text{kai } x = x_0, x_0 + 1, \dots, \omega;$$

iv) modelis a ir b parametrus įvertinti minimizuojant:

$$\sum_{i=0}^{19} [\ln S(x^* - i) - \ln \hat{S}(x^* - i)]^2.$$

Įvertinus a ir b parametrus atviro amžiaus mirčių intervalas padalijamas į atskiras amžiaus grupes pagal šias formules:

$$\widehat{D}_L(x) = {}_{\infty}D_{x^*} \cdot \frac{\hat{s}(x^*) - \hat{s}(x^* + 0,5)}{\hat{s}(x^*)} \text{ ir } \widehat{D}_U(x) = {}_{\infty}D_{x^*} \cdot \frac{\hat{s}(x^* + 0,5) - \hat{s}(x^* + 1)}{\hat{s}(x^*)},$$

kur $x = x^*, x^* + 1, \dots, \omega$.

Jei apskaičiuotas mirčių skaičius tam tikrame Lexis trikampyje yra mažesnis kaip 0.25, manoma, kad tame trikampyje (ir visuose kituose virš jo) mirčių nėra. Apskaičiuotos (atviro amžiaus intervalo) mirtys kitose amžiaus grupėse (žemiau to trikampio) tuomet koreguojamos proporcingai. Šie skaičiavimai atliekami atskirai vyrų ir moterų mirčių skaičiavimui, o bendras mirčių skaičius gaunamas sudedant.

Šiame darbe vyresniems nei 94 amžiaus asmenims, buvo naudoti HMD bazėje nurodyti mirčių įverčiai 2012-2017 metais¹, o 2018 metų duomenys buvo apskaičiuoti remiantis 2017 metais paskirstant mirčių skaičių proporcingai pagal šias formules:

$$D_L(x, 2018) = D_L(x, 2017) \cdot \frac{D(95+, 2018)}{D(95+, 2017)} \text{ ir}$$

$$D_U(x, 2018) = D_U(x, 2017) \cdot \frac{D(95+, 2018)}{D(95+, 2017)},$$

čia $D(95+, t)$ yra 95 metų ir vyresnių asmenų mirčių skaičius t metais, $x \geq 95$.

6. *Atviro amžiaus intervalo populiacijos koregavimas.* Pirminiuose duomenyse populiacijos žmonių skaičius pagal amžių yra nurodytas iki 84 metų, vyresnių nei 85 metų žmonių skaičius yra nurodytas bendras, neišskiriant pagal amžių. Remiantis HMD metodika, gyventojų skaičių pagal amžių reikia išskirstyti iki 109 metų, o atvirą amžiaus intervalą palikti 110 ir vyresniems asmenims. Skaičiavimams atlikti pirmiausia reikia įvertinti *maksimalų galimą asmens amžių kalendoriniais metais t (kitai – vyriausio gyvo asmens amžių)*. Ši reikšmė žymima ω , o randama naudojant šią formulę:

$$\widetilde{D}(x, t_n, l) = \frac{1}{l} \sum_{j=1}^l \sum_{i=0}^{j-1} D_i^Y(x, t_n - j),$$

kai $l = 5$, o $D_i^Y(x, t) = D_U(x + i, t + i) + D_L(x + i + 1, t + i)$.

ω yra didžiausias amžius x , kuriam $\widetilde{D}(x, t_n, l) > 0.5$. Labai dideliam amžiui ši reikšmė bus artima arba lygi nuliui.

Populiacijos įvertinimui yra naudojamas *išgyvenusiujų santykio metodas*. Šis metodas populiacijos įvertinimui naudojamas tik vyresniems nei 80 metų amžiaus gyventojams (nebent

¹ Mirčių duomenys naudojami nuo 2012 metų, kadangi to reikės populiacijos įvertinimui (žr. 6 žingsnį „Atviro amžiaus intervalo populiacijos koregavimas“). Dėl šios priežasties gimstamumo duomenys taip pat yra reikalingi nuo 2012 metų, kadangi mirčių padalijimui į Lexis trikampius reikalingi gimstamumo duomenys.

turimi oficialūs duomenys iki amžiaus ω , tuomet šis metodas nėra taikomas ir naudojami turimi duomenys). Metodas aprašomas taip: skaičiavimai yra pradami nuo vyriausio amžiaus gyventojų (t.y. kai $x = \omega$). Šio amžiaus populiacijos dydis P prilyginamas 1 (t.y. $P(\omega, t) = 1$). Kiti populiacijos dydžio įverčiai apskaičiuojami naudojant rekursines formules:

$$P(x, t) = R(x, t) \cdot [D(x, t) + D(x, t - 1) + \dots + D(x, t - k + 1)],$$

kur R – išgyvenamumo koeficientas, o $k = 5$ pagal HMD.

Taikoma prielaida, kad išgyvenusių žmonių santykis turi maždaug tokią pačią reikšmę atitinkamai kohortai ir ankstesnėms grupėms, tad remiantis šia prielaida gaunama:

$$R(x, t) = R(x + 1, t - 1), \text{ kur}$$

$$R(x + 1, t - 1) = \frac{P(x+1, t-1)}{D(x, t) + D(x, t-1) + \dots + D(x, t-k)}, \text{ o}$$

$$P(x + 1, t - 1) = P(x + 1, t) + D(x + 1, t).$$

Taigi, naudojant šias rekursines formules, įvertinamas populiacijos dydis pradedant nuo ω ir baigiant 85 metų amžiumi. Vis dėlto, dėl gyvenimo trukmės ilgėjimo išgyvenamumo koeficientai laikui bėgant didėja, tad aukščiau paminėta prielaida nebegalioja. Kad prielaida būtų galiojanti, įvedama konstanta c , kuri apskaičiuojama pagal lygtį žemiau:

$$\sum_{x=85}^{\omega} c \cdot P(x, t) = P(85+, t),$$

kur $P(85+, t)$ yra populiacijos dydis atviro amžiaus intervale (85 metų ir vyresnių asmenų), remiantis pirminiais duomenimis.

Iš šios lygties apskaičiavus c reikšmę, populiacijos dydžio įvertis tuomet koreguojamas taip:

$$\hat{P}(x, t) = P(x, t) \cdot c$$

Pastaba. Kadangi populiacijos įvertinimui yra reikalingi mirčių duomenys $t - k$ metais, ankstesniuose žingsniuose paminėti skaičiavimai buvo atlikti naudojant duomenis nuo 2012 metų (kadangi $k = 5$).

7. *Mirtingumo rodiklių apskaičiavimas.* Mirtingumo rodiklis $M(x, t)$ apskaičiuojamas pagal formulę:

$$M(x, t) = \frac{D(x, t)}{E(x, t)},$$

kur $D(x, t)$ yra mirčių skaičius, o $E(x, t)$ - bendras x amžiaus asmenų nugyventų metų skaičius intervale nuo t iki $t + 1$, kuris apskaičiuojamas pagal šią formulę:

$$E(x, t) = \frac{1}{2}[P(x, t) + P(x, t + 1)] + \frac{1}{6}[D_L(x, t) - D_U(x, t)],$$

čia $P(x, t)$ yra x metų amžiaus gyventojų skaičius kalendoriniais metais t .

Pastaba. Kadangi $E(x, t)$ rodikliui apskaičiuoti reikalingi populiacijos duomenys $t + 1$ metais, tad populiacijos dydis yra reikalingas iki 2019 metų.

$M(x, t)$ rodikliai pagal HMD metodiką yra perskaičiuojami 80 metų ir vyresniems asmenims naudojant Kannisto mirtingumo modelį vyresnio amžiaus asmenims:

$$\mu_x(a, b) = \frac{ae^{b(x-80)}}{1 + ae^{b(x-80)}},$$

čia $a \geq 0$ ir $b \geq 0$ nežinomi parametrai, o jų įverčiai randami minimizuojant lygtį:

$$\sum_{x=80}^{110} [D_x \log \mu_{x+0.5}(a, b) - E_x \mu_{x+0.5}(a, b)].$$

Tuomet mirtingumo rodiklio įvertis (kai $x \geq 80$) surandamas pagal šia formulę:

$$\hat{M}_x = \mu_{x+0.5}(\hat{a}, \hat{b}).$$

Šiame darbe vyresniems nei 79 amžiaus asmenims, buvo naudoti HMD bazėje nurodyti mirtingumo rodiklių įverčiai 2017 metais, o 2018 metų rodikliai buvo įvertinti pagal proporciją remiantis 2017 metų mirtingumo rodikliu ir 2017-2018 metų mirčių skaičiais:

$$M(x, 2018) = \frac{D(x, 2018)}{D(x, 2017)} \cdot M(x, 2017),$$

kai $x \geq 80$.

8. *Mirtingumo lentelės.* Mirtingumo lentelėje yra nurodomos $m_x, q_x, a_x, l_x, d_x, L_x, T_x, e_x$ reikšmės. Čia m_x yra mirtingumo rodiklis, kurio formulė aprašyta aukščiau ($m_x = M(x, t)$).

a_x – vidutinis metų skaičius, pragyventas amžiaus intervale $[x; x + 1)$ žmonėms, mirusiems šiame intervale. Laikome, kad:

$$a_x = \frac{1}{2}, \text{ kai } x \neq 0,$$

t.y. vidutiniškai žmonės miršta metų viduryje.

Kūdikiams naudojamos pakoreguotos a_0 formulės:

Vyrams:

$$a_0 = \begin{cases} 0.14929 - 1.99545 \cdot m_0, & \text{kai } m_0 \in [0, 0.02300) \\ 0.02832 - 3.26021 \cdot m_0, & \text{kai } m_0 \in [0.02300, 0.08307) \\ 0.29915, & \text{kai } m_0 \in [0.08307, \infty) \end{cases}$$

Moterims:

$$a_0 = \begin{cases} 0.14903 - 2.05527 \cdot m_0, & \text{kai } m_0 \in [0, 0.01724) \\ 0.04667 - 3.88089 \cdot m_0, & \text{kai } m_0 \in [0.01724, 0.06891) \\ 0.31411, & \text{kai } m_0 \in [0.06891, \infty) \end{cases}$$

Jeigu skaičiuojama bendra mirtingumo lentelė abiem lytims, tokiu atveju a_0 apskaičiuojamas taip:

$$a_0 = \frac{a_0^F D_0^F + a_0^M D_0^M}{D_0^F + D_0^M},$$

čia indeksai F ir M atitinkamai reiškia moteris ir vyrus.

Atviram amžiaus intervalui (pagal HMD tai yra 110+) a_x reikšmė apskaičiuojama taip:

$${}_x a_{110} = \frac{1}{{}_x m_{110}}.$$

Mirties tikimybė q_x amžiuje x (kai $x = 0, 1, \dots, 109$) apskaičiuojama pagal formulę:

$$q_x = \frac{m_x}{1 + (1 - a_x) \cdot m_x},$$

$${}_x q_{110} = 1.$$

l_x – išgyvenusiųjų skaičius amžiuje x (kai $x > 0$) (iš 100 000 gyventojų) apskaičiuojamas:

$$l_x = l_0 \cdot \prod_{i=0}^{x-1} p_i,$$

kur $p_x = 1 - q_x$, $l_0 = 100\,000$.

d_x – mirusiųjų skaičius amžiuje x (kai $x = 0, 1, \dots, 109$) yra lygus:

$$d_x = l_x \cdot q_x,$$

$${}_x d_{110} = l_{110}.$$

L_x – bendras asmenų, kuriems dabar yra x metų nugyventų metų skaičius iki $(x+1)$ -ojo gimtadienio, apskaičiuojamas:

$$L_x = l_x - (1 - a_x) \cdot d_x$$

$${}_{\infty}L_{110} = l_{110} \cdot a_{110}$$

T_x – bendras asmenų, kuriems dabar x metų, nugyventų metų skaičius ateityje, iki paskutinio grupės nario mirties gaunamas naudojant šią formulę:

$$T_x = \sum_{i=x}^{109} L_i + {}_{\infty}L_{110}$$

$${}_{\infty}T_{110} = {}_{\infty}L_{110}$$

Tikėtina likusi asmens, kurio amžius x , gyvenimo trukmė e_x (kai $x = 0, 1, \dots, 110$) yra:

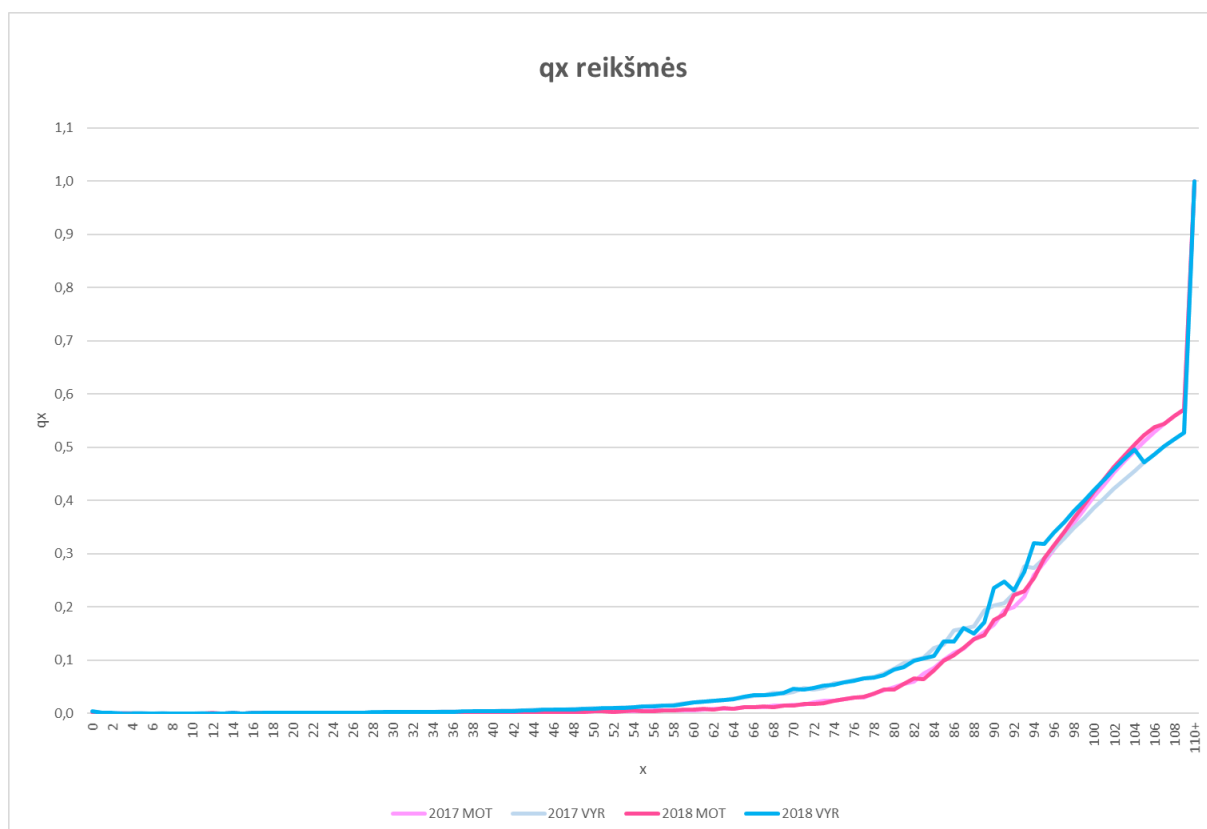
$$e_x = \frac{T_x}{l_x}.$$

3. MIRTINGUMO LENTELĖS PAGAL LYTĮ

Remiantis HMD metodika bei naudojant R programavimo kalbą sudarytos Lietuvos gyventojų mirtingumo lentelės atskirai vyrams ir moterims 2017-2018 metams. Minėtos mirtingumo lentelės yra pateiktos skyrelyje *Priedai*. Pirminiai duomenys skaičiavimams atlikti yra paimti iš Lietuvos statistikos departamento svetainės.²

Palyginus sudarytų mirtingumo lentelių rodiklius 2017-2018 metais nei vyrų, nei moterų mirtingumo lentelėse didelių pokyčių mirtingumo rodikliuose nepastebima, tad darytina išvada, kad drastiškų pasikeitimų per metus neįvyko.

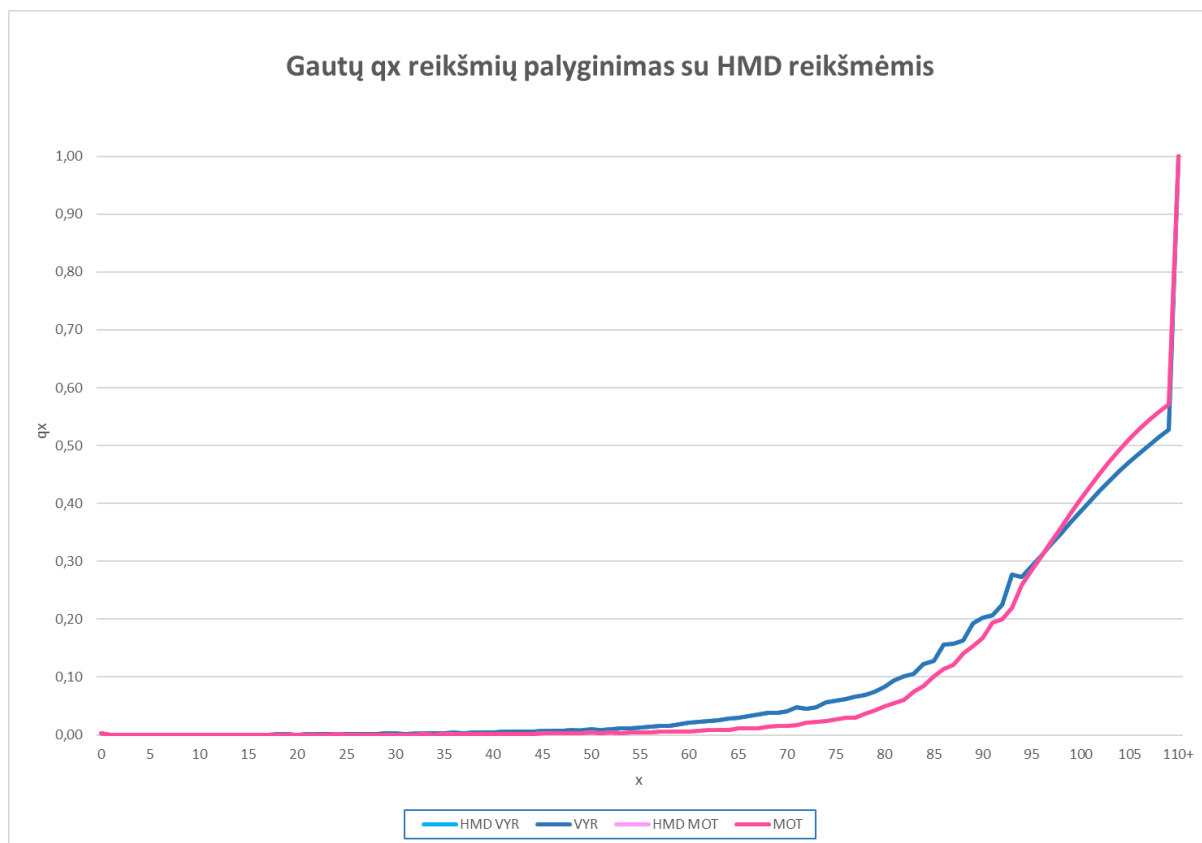
Mirtingumo lenteles lyginant pagal lytį galima nesunkiai pastebėti, kad vyrų mirtingumo rodikliai yra kur kas blogesni nei moterų beveik visame amžiaus intervale. Blogesni vyrų mirtingumo rodikliai lemia tai, kad vyrų gyvenimo trukmė yra trumpesnė nei moterų. Didesnę mirties tikimybę vyrams beveik visame amžiaus intervale galima matyti ir žemiau esančiame 1-ame grafike, kuriame atvaizduojamos vyrų ir moterų 2017 bei 2018 metų q_x reikšmės.



1 grafikas: gautos q_x reikšmės

² <https://osp.stat.gov.lt/>

Įsitikinimui, ar apskaičiuotos mirtingumo lentelių reikšmės gali būti laikomos teisingomis ir reikšmingai nesiskiria nuo HMD svetainėje pateiktų reikšmių, palyginimui nubraižytas 2 grafikas, kuriame palyginamos šiame darbe gautos ir HMD pateiktos 2017 metų q_x reikšmės. Kadangi grafike galima įžiūrėti tik po vieną kreivę moterų ir vyrų reikšmėms, tai rodo, kad q_x reikšmės yra tokios pat arba tarp jų yra labai mažas skirtumas ir dėl to dvi kreivės susilieja į vieną, tad reikšmingų skirtumų nepastebima.



2 grafikas: gautų q_x reikšmių palyginimas su HMD reikšmėmis

4. IŠVADOS

Šiame darbe išnagrinėjus The Human Mortality Database bazės metodiką bei pasitelkus jų naudojamus metodus (tokius kaip neaiškaus amžiaus mirčių perskirstymas, mirčių padalijimas į Lexis trikampus, atviro amžiaus intervalo mirčių padalijimas į Lexis trikampus, atviro amžiaus intervalo populiacijos koregavimas ir pan.) buvo apskaičiuoti įvairūs mirtingumo rodikliai ir sudarytos mirtingumo lentelės pagal amžių ir lytį 2017-2018 metų gyventojų duomenims. Rezultatai parodė, kad moterų mirtingumo rodikliai yra geresni nei vyrų beveik visame amžiaus intervale. Gautus duomenis palyginus su HMD svetainėje pateiktais duomenimis, gauti panašūs rezultatai, tad iš to daroma išvada, kad atliktuose skaičiavimuose nėra reikšmingų skirtumų, lyginant su HMD duomenimis, o tai patvirtina, kad darbe nagrinėta mirtingumo studijų The Human Mortality Database projekto metodika buvo suprasta, o gauti rezultatai – teisingi.

5. LITERATŪRA IR ŠALTINIAI

1. J.R. Wilmoth, K. Andreev, D. Jdanov, D.A. Gleij and T. Riffe with the assistance of C. Boe, M. Bubenheim, D. Philipov, V. Shkolnikov, P. Vachon, C. Winant, M. Barbieri. „Methods Protocol for the Human Mortality Database“, 2019.10.05, versija 6. <https://www.mortality.org/>
2. Roger Thatcher, Vaino Kannisto and Kirill Andreev. „The Survivor Ratio Method for Estimating Numbers at High Ages“, 2002. <https://www.demographic-research.org/volumes/vol6/1/>
3. Gimstamumo duomenys: <https://osp.stat.gov.lt/statistiniu-rodikliu-analize?hash=f2af1d2c-a014-4640-8a64-b890b6d34053#/>
4. Mirčių duomenys: <https://osp.stat.gov.lt/statistiniu-rodikliu-analize?hash=375095b3-6208-423c-92e9-e365bf9cb392#/>
5. Mirčių duomenys vyresniems nei 94 metų amžiaus: https://www.mortality.org/hmd/LTU/STATS/Deaths_1x1.txt
6. Mirtingumo rodiklio duomenys moterims virš 79 metų: https://www.mortality.org/hmd/LTU/STATS/fltper_1x1.txt
7. Mirtingumo rodiklio duomenys vyrams virš 79 metų: https://www.mortality.org/hmd/LTU/STATS/mltper_1x1.txt
8. Populiacijos duomenys: <https://osp.stat.gov.lt/statistiniu-rodikliu-analize?hash=a924b9a6-9877-4c14-9acd-e4b3ae7255ed#/>

A PRIEDAI

Amžius	$\hat{\alpha}_x^F$
0	0.0392
1	0.1365
2-4	0.0130
5-9	0.0018
10-14	-0.0140
15-19	-0.0135
20-24	-0.0061
25-29	-0.0046
30-34	-0.0041
35-39	-0.0072
40-44	-0.0070
45-49	-0.0071
50-54	-0.0084
55-59	-0.0091
60-64	-0.0134
65-69	-0.0175
70-74	-0.0201
75-79	-0.0230
80-84	-0.0231
85-89	-0.0187
90-94	-0.0112
95-99	-0.0014
100+	0.0190

1 lentelė: $\hat{\alpha}_x^F$ moterims

Amžius	$\hat{\alpha}_x^M$
0	0.0230
1	0.1249
2-4	0.0086
5-9	0.0031
10-14	-0.0086
15-19	-0.0175
20-24	0.0035
25-29	0.0081
30-34	0.0031
35-39	-0.0065
40-44	-0.0117
45-49	-0.0148
50-54	-0.0145
55-59	-0.0142
60-64	-0.0157
65-69	-0.0179
70-74	-0.0198
75-79	-0.0223
80-84	-0.0216
85-89	-0.0160
90-94	-0.0083
95-99	0.0039
100+	0.0313

2 lentelė: $\hat{\alpha}_x^M$ vyrams

Moterų mirtingumo lentelės								
Metai = 2017								
Amžius	mx	ax	qx	lx	dx	Lx	Tx	ex
0	0.00279	0.14	0.00279	100000	279	99761	8036950	80.37
1	0.00013	0.5	0.00013	99721	13	99715	7937189	79.59
2	0.00007	0.5	0.00007	99708	7	99705	7837474	78.6
3	0.00028	0.5	0.00028	99701	28	99687	7737769	77.61
4	0	0.5	0	99674	0	99674	7638082	76.63
5	0.00014	0.5	0.00014	99674	14	99667	7538409	75.63
6	0.00007	0.5	0.00007	99660	7	99656	7438742	74.64
7	0.00014	0.5	0.00014	99652	14	99646	7339086	73.65
8	0.00014	0.5	0.00014	99639	14	99631	7239441	72.66
9	0	0.5	0	99624	0	99624	7139809	71.67
10	0	0.5	0	99624	0	99624	7040185	70.67
11	0.00008	0.5	0.00008	99624	8	99620	6940561	69.67
12	0.00008	0.5	0.00008	99616	8	99612	6840941	68.67
13	0.00016	0.5	0.00016	99608	16	99600	6741328	67.68

14	0.00024	0.5	0.00024	99593	24	99581	6641728	66.69
15	0.00016	0.5	0.00016	99569	16	99561	6542147	65.7
16	0.00007	0.5	0.00007	99553	7	99549	6442586	64.72
17	0.00014	0.5	0.00013	99546	13	99539	6343037	63.72
18	0.00026	0.5	0.00026	99532	26	99519	6243498	62.73
19	0.00033	0.5	0.00033	99506	33	99490	6143978	61.74
20	0.00013	0.5	0.00013	99474	13	99468	6044488	60.76
21	0.00025	0.5	0.00025	99461	24	99449	5945021	59.77
22	0.00048	0.5	0.00048	99437	48	99413	5845571	58.79
23	0.00017	0.5	0.00017	99389	17	99380	5746159	57.81
24	0.0008	0.5	0.0008	99372	79	99332	5646778	56.82
25	0.00031	0.5	0.00031	99292	31	99277	5547446	55.87
26	0.00074	0.5	0.00074	99262	74	99225	5448169	54.89
27	0.00055	0.5	0.00055	99188	55	99161	5348944	53.93
28	0.00023	0.5	0.00023	99133	22	99122	5249784	52.96
29	0.00044	0.5	0.00044	99111	44	99089	5150661	51.97
30	0.00065	0.5	0.00065	99067	64	99035	5051572	50.99
31	0.0005	0.5	0.0005	99003	49	98978	4952537	50.02
32	0.00068	0.5	0.00068	98953	67	98920	4853559	49.05
33	0.00109	0.5	0.00109	98887	107	98833	4754639	48.08
34	0.00077	0.5	0.00077	98779	76	98741	4655806	47.13
35	0.00093	0.5	0.00093	98703	92	98657	4557065	46.17
36	0.00137	0.5	0.00137	98611	135	98544	4458408	45.21
37	0.00141	0.5	0.00141	98476	138	98407	4359865	44.27
38	0.00143	0.5	0.00142	98338	140	98267	4261458	43.34
39	0.00156	0.5	0.00156	98197	153	98121	4163191	42.4
40	0.00118	0.5	0.00118	98044	116	97986	4065070	41.46
41	0.0017	0.5	0.0017	97929	166	97845	3967083	40.51
42	0.00165	0.5	0.00165	97762	161	97682	3869238	39.58
43	0.00204	0.5	0.00203	97601	199	97502	3771556	38.64
44	0.00207	0.5	0.00207	97403	201	97302	3674054	37.72
45	0.00303	0.5	0.00302	97201	294	97054	3576753	36.8
46	0.0025	0.5	0.0025	96908	242	96787	3479698	35.91
47	0.00298	0.5	0.00298	96666	288	96521	3382911	35
48	0.0025	0.5	0.0025	96377	241	96257	3286390	34.1
49	0.00252	0.5	0.00252	96136	242	96016	3190133	33.18
50	0.00371	0.5	0.00371	95895	355	95717	3094117	32.27
51	0.0035	0.5	0.00349	95539	333	95373	2998401	31.38
52	0.00371	0.5	0.0037	95206	352	95030	2903028	30.49
53	0.00342	0.5	0.00341	94853	323	94692	2807998	29.6
54	0.00386	0.5	0.00385	94530	364	94348	2713307	28.7
55	0.00486	0.5	0.00485	94166	457	93937	2618959	27.81
56	0.00495	0.5	0.00494	93709	463	93477	2525022	26.95
57	0.00567	0.5	0.00565	93246	527	92983	2431544	26.08
58	0.00524	0.5	0.00522	92719	484	92477	2338562	25.22
59	0.00567	0.5	0.00565	92235	521	91974	2246085	24.35

60	0.00568	0.5	0.00567	91713	520	91454	2154111	23.49
61	0.00691	0.5	0.00689	91194	628	90880	2062657	22.62
62	0.00857	0.5	0.00853	90566	773	90179	1971777	21.77
63	0.0087	0.5	0.00866	89793	778	89404	1881598	20.95
64	0.0092	0.5	0.00916	89015	815	88607	1792194	20.13
65	0.01139	0.5	0.01133	88200	999	87700	1703587	19.32
66	0.01097	0.5	0.01091	87201	951	86725	1615887	18.53
67	0.01156	0.5	0.01149	86249	991	85753	1529162	17.73
68	0.01476	0.5	0.01465	85258	1249	84633	1443409	16.93
69	0.01503	0.5	0.01491	84009	1253	83382	1358775	16.17
70	0.01622	0.5	0.01609	82756	1331	82090	1275393	15.41
71	0.01683	0.5	0.01669	81425	1359	80745	1193303	14.66
72	0.0215	0.5	0.02127	80065	1703	79214	1112558	13.9
73	0.02343	0.5	0.02316	78362	1815	77455	1033344	13.19
74	0.02371	0.5	0.02343	76548	1794	75651	955889	12.49
75	0.02716	0.5	0.02679	74754	2003	73752	880238	11.78
76	0.03024	0.5	0.02979	72751	2168	71667	806486	11.09
77	0.03018	0.5	0.02973	70583	2098	69534	734819	10.41
78	0.03768	0.5	0.03699	68485	2533	67219	665285	9.71
79	0.04328	0.5	0.04236	65952	2794	64555	598066	9.07
80	0.05035	0.5	0.04911	63158	3102	61607	533511	8.45
81	0.05662	0.5	0.05506	60056	3307	58403	471904	7.86
82	0.06208	0.5	0.06021	56749	3417	55041	413501	7.29
83	0.07678	0.5	0.07394	53333	3943	51361	358460	6.72
84	0.08873	0.5	0.08496	49389	4196	47291	307099	6.22
85	0.1062	0.5	0.10085	45193	4557	42914	259808	5.75
86	0.12035	0.5	0.11352	40635	4613	38329	216894	5.34
87	0.12894	0.5	0.12113	36023	4363	33841	178565	4.96
88	0.1506	0.5	0.14005	31659	4434	29442	144724	4.57
89	0.16623	0.5	0.15347	27225	4178	25136	115282	4.23
90	0.18203	0.5	0.16684	23047	3845	21124	90146	3.91
91	0.21431	0.5	0.19357	19202	3717	17343	69022	3.59
92	0.22248	0.5	0.20021	15485	3100	13935	51678	3.34
93	0.24676	0.5	0.21966	12385	2720	11024	37744	3.05
94	0.29822	0.5	0.25952	9664	2508	8410	26719	2.76
95	0.33036	0.5	0.28353	7156	2029	6142	18309	2.56
96	0.36416	0.5	0.30807	5127	1580	4337	12168	2.37
97	0.39935	0.5	0.33288	3548	1181	2957	7830	2.21
98	0.43562	0.5	0.35771	2367	847	1943	4873	2.06
99	0.47259	0.5	0.38226	1520	581	1230	2930	1.93
100	0.50986	0.5	0.40629	939	382	748	1700	1.81
101	0.54702	0.5	0.42954	558	239	438	952	1.71
102	0.58367	0.5	0.45181	318	144	246	514	1.62
103	0.61941	0.5	0.47294	174	82	133	268	1.54
104	0.65391	0.5	0.49279	92	45	69	135	1.47
105	0.68686	0.5	0.51127	47	24	35	65	1.4

106	0.71802	0.5	0.52834	23	12	17	31	1.35
107	0.74723	0.5	0.54399	11	6	8	14	1.31
108	0.77436	0.5	0.55823	5	3	4	6	1.27
109	0.79936	0.5	0.5711	2	1	2	3	1.24
110+	0.82222	1.22	1	1	1	1	1	1.22
Metai = 2018								
0	0.00295	0.14	0.00295	100000	295	99747	8053730	80.54
1	0.00028	0.5	0.00028	99705	28	99691	7953983	79.77
2	0.00007	0.5	0.00007	99678	7	99674	7854291	78.8
3	0.00014	0.5	0.00014	99671	14	99664	7754617	77.8
4	0.00007	0.5	0.00007	99657	7	99654	7654953	76.81
5	0.00007	0.5	0.00007	99650	7	99647	7555299	75.82
6	0.00014	0.5	0.00014	99643	14	99636	7455652	74.82
7	0	0.5	0	99629	0	99629	7356016	73.83
8	0.00014	0.5	0.00014	99629	14	99622	7256387	72.83
9	0.00007	0.5	0.00007	99615	7	99612	7156765	71.84
10	0.00015	0.5	0.00015	99608	15	99600	7057153	70.85
11	0.00008	0.5	0.00008	99593	8	99589	6957553	69.86
12	0.00032	0.5	0.00032	99585	32	99569	6857964	68.87
13	0.00008	0.5	0.00008	99553	8	99549	6758395	67.89
14	0.00032	0.5	0.00032	99545	32	99529	6658846	66.89
15	0.00016	0.5	0.00016	99513	16	99505	6559317	65.91
16	0.00031	0.5	0.00031	99497	31	99481	6459812	64.92
17	0.00029	0.5	0.00029	99466	29	99451	6360331	63.94
18	0.00027	0.5	0.00027	99437	27	99423	6260880	62.96
19	0.00048	0.5	0.00048	99409	47	99386	6161456	61.98
20	0.00034	0.5	0.00034	99362	33	99345	6062071	61.01
21	0.00046	0.5	0.00046	99329	45	99306	5962725	60.03
22	0.00044	0.5	0.00044	99283	44	99261	5863419	59.06
23	0.00038	0.5	0.00038	99239	38	99220	5764158	58.08
24	0.0003	0.5	0.0003	99202	30	99187	5664938	57.11
25	0.00039	0.5	0.00039	99172	38	99153	5565751	56.12
26	0.00032	0.5	0.00032	99133	32	99117	5466598	55.14
27	0.00027	0.5	0.00027	99102	27	99088	5367481	54.16
28	0.0005	0.5	0.0005	99075	50	99050	5268393	53.18
29	0.00046	0.5	0.00046	99025	46	99002	5169343	52.2
30	0.00073	0.5	0.00073	98979	72	98943	5070341	51.23
31	0.00038	0.5	0.00038	98907	38	98888	4971398	50.26
32	0.00078	0.5	0.00078	98869	77	98830	4872510	49.28
33	0.00097	0.5	0.00097	98791	96	98743	4773680	48.32
34	0.00075	0.5	0.00075	98695	74	98658	4674937	47.37
35	0.00084	0.5	0.00084	98621	83	98580	4576278	46.4
36	0.00107	0.5	0.00107	98538	105	98486	4477699	45.44
37	0.00126	0.5	0.00126	98433	124	98371	4379213	44.49
38	0.00093	0.5	0.00093	98309	91	98264	4280842	43.54
39	0.00144	0.5	0.00144	98218	141	98147	4182578	42.58

40	0.00134	0.5	0.00134	98077	132	98011	4084431	41.65
41	0.00119	0.5	0.00119	97945	117	97887	3986420	40.7
42	0.00166	0.5	0.00166	97828	162	97747	3888533	39.75
43	0.0021	0.5	0.00209	97666	205	97564	3790786	38.81
44	0.00258	0.5	0.00258	97461	251	97336	3693222	37.89
45	0.00173	0.5	0.00173	97210	168	97126	3595887	36.99
46	0.00165	0.5	0.00165	97042	160	96962	3498760	36.05
47	0.00266	0.5	0.00266	96882	258	96753	3401798	35.11
48	0.00277	0.5	0.00277	96625	267	96491	3305045	34.21
49	0.00243	0.5	0.00243	96357	234	96240	3208554	33.3
50	0.00367	0.5	0.00366	96124	352	95948	3112313	32.38
51	0.00351	0.5	0.0035	95772	336	95604	3016366	31.5
52	0.00324	0.5	0.00323	95436	309	95282	2920762	30.6
53	0.00337	0.5	0.00336	95127	320	94967	2825480	29.7
54	0.00487	0.5	0.00486	94808	461	94577	2730513	28.8
55	0.00445	0.5	0.00444	94347	419	94137	2635935	27.94
56	0.00473	0.5	0.00472	93928	444	93706	2541798	27.06
57	0.00486	0.5	0.00485	93484	453	93258	2448092	26.19
58	0.00551	0.5	0.00549	93031	511	92775	2354834	25.31
59	0.00638	0.5	0.00636	92520	588	92226	2262059	24.45
60	0.00644	0.5	0.00642	91932	590	91637	2169833	23.6
61	0.00786	0.5	0.00783	91341	715	90984	2078196	22.75
62	0.00723	0.5	0.0072	90626	653	90300	1987213	21.93
63	0.0104	0.5	0.01034	89973	930	89508	1896913	21.08
64	0.0091	0.5	0.00906	89043	807	88639	1807405	20.3
65	0.01101	0.5	0.01095	88236	966	87753	1718766	19.48
66	0.01153	0.5	0.01146	87269	1000	86769	1631014	18.69
67	0.01244	0.5	0.01236	86269	1066	85736	1544244	17.9
68	0.01229	0.5	0.01222	85203	1041	84682	1458509	17.12
69	0.01398	0.5	0.01388	84162	1168	83578	1373827	16.32
70	0.01478	0.5	0.01467	82994	1218	82385	1290249	15.55
71	0.01826	0.5	0.01809	81776	1480	81036	1207864	14.77
72	0.01697	0.5	0.01683	80296	1351	79621	1126828	14.03
73	0.0195	0.5	0.01931	78945	1524	78183	1047208	13.27
74	0.02384	0.5	0.02356	77421	1824	76509	969025	12.52
75	0.02755	0.5	0.02717	75596	2054	74569	892517	11.81
76	0.0301	0.5	0.02965	73542	2181	72452	817947	11.12
77	0.03162	0.5	0.03113	71362	2221	70251	745495	10.45
78	0.03781	0.5	0.03711	69141	2566	67858	675244	9.77
79	0.04499	0.5	0.044	66575	2930	65110	607386	9.12
80	0.04626	0.5	0.04522	63646	2878	62207	542276	8.52
81	0.05662	0.5	0.05506	60768	3346	59095	480069	7.9
82	0.06746	0.5	0.06526	57422	3747	55548	420974	7.33
83	0.06604	0.5	0.06393	53674	3431	51959	365426	6.81
84	0.08344	0.5	0.0801	50243	4024	48231	313468	6.24
85	0.10372	0.5	0.09861	46219	4557	43940	265237	5.74

86	0.11623	0.5	0.10985	41661	4576	39373	221297	5.31
87	0.13087	0.5	0.12284	37085	4555	34807	181924	4.91
88	0.1506	0.5	0.14005	32530	4556	30252	147116	4.52
89	0.15935	0.5	0.14759	27974	4129	25909	116865	4.18
90	0.19308	0.5	0.17608	23845	4199	21746	90956	3.81
91	0.20589	0.5	0.18667	19646	3667	17813	69210	3.52
92	0.24997	0.5	0.22219	15979	3550	14204	51397	3.22
93	0.25975	0.5	0.22989	12429	2857	11000	37193	2.99
94	0.28984	0.5	0.25315	9571	2423	8360	26193	2.74
95	0.34038	0.5	0.29087	7148	2079	6109	17834	2.49
96	0.37521	0.5	0.31594	5069	1602	4268	11725	2.31
97	0.41147	0.5	0.34126	3468	1183	2876	7456	2.15
98	0.44882	0.5	0.36656	2284	837	1866	4581	2.01
99	0.48694	0.5	0.3916	1447	567	1164	2715	1.88
100	0.52534	0.5	0.41606	880	366	697	1551	1.76
101	0.56369	0.5	0.43975	514	226	401	854	1.66
102	0.60137	0.5	0.46235	288	133	221	453	1.57
103	0.63778	0.5	0.48357	155	75	117	232	1.5
104	0.67384	0.5	0.50402	80	40	60	114	1.43
105	0.7066	0.5	0.52213	40	21	29	55	1.38
106	0.73553	0.5	0.53776	19	10	14	25	1.33
107	0.74723	0.5	0.54399	9	5	6	11	1.31
108	0.77436	0.5	0.55823	4	2	3	5	1.27
109	0.79936	0.5	0.5711	2	1	1	2	1.24
110+	0.82222	1.22	1	1	1	1	1	1.22

3 lentelė: Moterų mirtingumo lentelės

Vyrų mirtingumo lentelės								
Metai = 2017								
Amžius	mx	ax	qx	lx	dx	Lx	Tx	ex
0	0.00295	0.14	0.00294	100000	294	99748	7070076	70.7
1	0.00025	0.5	0.00025	99706	25	99694	6970327	69.91
2	0.00013	0.5	0.00013	99681	13	99675	6870634	68.93
3	0.00033	0.5	0.00033	99668	33	99652	6770959	67.93
4	0.00027	0.5	0.00027	99635	27	99622	6671307	66.96
5	0.00033	0.5	0.00033	99609	33	99592	6571685	65.98
6	0.00013	0.5	0.00013	99576	13	99569	6472093	65
7	0.00027	0.5	0.00027	99562	27	99549	6372524	64.01
8	0.0002	0.5	0.0002	99536	20	99526	6272975	63.02
9	0.00022	0.5	0.00022	99515	22	99505	6173450	62.04
10	0.00015	0.5	0.00015	99494	15	99486	6073945	61.05
11	0.00038	0.5	0.00038	99479	38	99460	5974459	60.06
12	0.00023	0.5	0.00023	99441	23	99429	5874999	59.08
13	0	0.5	0	99418	0	99418	5775569	58.09
14	0.0003	0.5	0.0003	99418	30	99403	5676151	57.09
15	0.00015	0.5	0.00015	99388	15	99381	5576748	56.11

16	0.00062	0.5	0.00062	99373	62	99342	5477367	55.12
17	0.00051	0.5	0.00051	99311	51	99286	5378025	54.15
18	0.00092	0.5	0.00091	99261	91	99215	5278739	53.18
19	0.00104	0.5	0.00104	99170	103	99119	5179523	52.23
20	0.00066	0.5	0.00066	99067	66	99034	5080405	51.28
21	0.00094	0.5	0.00094	99002	93	98955	4981370	50.32
22	0.00092	0.5	0.00092	98909	91	98863	4882415	49.36
23	0.00093	0.5	0.00093	98818	91	98772	4783552	48.41
24	0.00095	0.5	0.00095	98726	94	98679	4684780	47.45
25	0.00107	0.5	0.00107	98632	105	98580	4586100	46.5
26	0.00123	0.5	0.00123	98527	121	98467	4487521	45.55
27	0.00174	0.5	0.00174	98406	171	98321	4389054	44.6
28	0.00174	0.5	0.00174	98235	170	98150	4290733	43.68
29	0.00232	0.5	0.00232	98065	228	97951	4192583	42.75
30	0.00235	0.5	0.00235	97837	230	97722	4094632	41.85
31	0.00195	0.5	0.00195	97607	190	97512	3996910	40.95
32	0.00218	0.5	0.00218	97417	212	97311	3899397	40.03
33	0.00302	0.5	0.00301	97205	293	97059	3802086	39.11
34	0.00292	0.5	0.00292	96912	283	96771	3705028	38.23
35	0.0033	0.5	0.00329	96629	318	96470	3608257	37.34
36	0.00369	0.5	0.00368	96311	354	96134	3511787	36.46
37	0.00297	0.5	0.00297	95957	285	95815	3415653	35.6
38	0.00403	0.5	0.00402	95672	384	95480	3319838	34.7
39	0.00372	0.5	0.00371	95288	354	95111	3224358	33.84
40	0.00456	0.5	0.00454	94934	431	94718	3129248	32.96
41	0.00554	0.5	0.00553	94502	523	94241	3034530	32.11
42	0.00564	0.5	0.00562	93980	528	93716	2940288	31.29
43	0.00557	0.5	0.00556	93452	519	93192	2846573	30.46
44	0.00629	0.5	0.00627	92932	583	92641	2753381	29.63
45	0.00665	0.5	0.00662	92349	612	92044	2660740	28.81
46	0.00774	0.5	0.00771	91738	707	91384	2568697	28
47	0.00645	0.5	0.00643	91030	586	90737	2477313	27.21
48	0.0082	0.5	0.00816	90445	738	90075	2386575	26.39
49	0.00782	0.5	0.00779	89706	699	89357	2296500	25.6
50	0.00985	0.5	0.0098	89007	872	88571	2207143	24.8
51	0.00846	0.5	0.00842	88135	742	87764	2118572	24.04
52	0.01028	0.5	0.01023	87393	894	86946	2030808	23.24
53	0.01139	0.5	0.01132	86499	979	86009	1943862	22.47
54	0.01197	0.5	0.0119	85520	1018	85011	1857853	21.72
55	0.01278	0.5	0.0127	84502	1073	83965	1772842	20.98
56	0.01466	0.5	0.01455	83429	1214	82822	1688877	20.24
57	0.0152	0.5	0.01508	82215	1240	81595	1606055	19.53
58	0.01626	0.5	0.01613	80975	1306	80322	1524460	18.83
59	0.01851	0.5	0.01834	79669	1461	78938	1444138	18.13
60	0.02138	0.5	0.02115	78207	1654	77380	1365200	17.46
61	0.02213	0.5	0.02189	76553	1676	75715	1287820	16.82

62	0.02416	0.5	0.02387	74877	1787	73984	1212105	16.19
63	0.02511	0.5	0.02479	73090	1812	72184	1138121	15.57
64	0.02887	0.5	0.02846	71278	2028	70264	1065937	14.95
65	0.0303	0.5	0.02985	69249	2067	68216	995673	14.38
66	0.03303	0.5	0.03249	67182	2183	66091	927457	13.81
67	0.03516	0.5	0.03456	64999	2246	63876	861367	13.25
68	0.03875	0.5	0.03801	62753	2386	61561	797490	12.71
69	0.03815	0.5	0.03744	60368	2260	59238	735930	12.19
70	0.04124	0.5	0.0404	58108	2348	56934	676692	11.65
71	0.04844	0.5	0.0473	55760	2637	54441	619758	11.11
72	0.04561	0.5	0.0446	53122	2369	51938	565317	10.64
73	0.04923	0.5	0.04805	50753	2439	49534	513379	10.12
74	0.05756	0.5	0.05595	48315	2703	46963	463845	9.6
75	0.06054	0.5	0.05876	45612	2680	44272	416882	9.14
76	0.06393	0.5	0.06195	42931	2660	41602	372610	8.68
77	0.06859	0.5	0.06632	40272	2671	38937	331008	8.22
78	0.07183	0.5	0.06934	37601	2607	36298	292072	7.77
79	0.07772	0.5	0.07481	34994	2618	33685	255774	7.31
80	0.0866	0.5	0.08301	32376	2687	31032	222089	6.86
81	0.09824	0.5	0.09364	29688	2780	28298	191057	6.44
82	0.1062	0.5	0.10085	26908	2714	25552	162759	6.05
83	0.11096	0.5	0.10513	24195	2544	22923	137207	5.67
84	0.13023	0.5	0.12227	21651	2647	20328	114284	5.28
85	0.13737	0.5	0.12854	19004	2443	17783	93956	4.94
86	0.16887	0.5	0.15572	16561	2579	15272	76174	4.6
87	0.17178	0.5	0.15819	13982	2212	12876	60902	4.36
88	0.17826	0.5	0.16367	11770	1926	10807	48025	4.08
89	0.21364	0.5	0.19302	9844	1900	8894	37218	3.78
90	0.22509	0.5	0.20232	7944	1607	7140	28324	3.57
91	0.23134	0.5	0.20736	6337	1314	5680	21184	3.34
92	0.25381	0.5	0.22523	5023	1131	4457	15504	3.09
93	0.32121	0.5	0.27676	3891	1077	3353	11047	2.84
94	0.31584	0.5	0.27276	2814	768	2431	7694	2.73
95	0.34088	0.5	0.29124	2047	596	1749	5264	2.57
96	0.36684	0.5	0.30998	1451	450	1226	3515	2.42
97	0.39359	0.5	0.32887	1001	329	836	2289	2.29
98	0.421	0.5	0.34779	672	234	555	1453	2.16
99	0.4489	0.5	0.36661	438	161	358	898	2.05
100	0.47713	0.5	0.38523	278	107	224	540	1.95
101	0.5055	0.5	0.40351	171	69	136	316	1.85
102	0.53384	0.5	0.42137	102	43	80	180	1.77
103	0.56197	0.5	0.4387	59	26	46	100	1.69
104	0.5897	0.5	0.45542	33	15	26	54	1.62
105	0.61687	0.5	0.47146	18	8	14	28	1.56
106	0.64333	0.5	0.48676	10	5	7	14	1.5
107	0.66895	0.5	0.50128	5	2	4	7	1.45

108	0.6936	0.5	0.515	2	1	2	3	1.41
109	0.71719	0.5	0.52789	1	1	1	2	1.37
110+	0.73964	1.35	1	1	1	1	1	1.35
Metai = 2018								
0	0.00377	0.14	0.00376	100000	376	99678	7086933	70.87
1	0.00026	0.5	0.00026	99624	26	99611	6987256	70.14
2	0.00032	0.5	0.00032	99598	32	99583	6887644	69.15
3	0.00019	0.5	0.00019	99567	19	99557	6788062	68.18
4	0.00013	0.5	0.00013	99548	13	99541	6688505	67.19
5	0.00014	0.5	0.00013	99534	13	99527	6588964	66.2
6	0	0.5	0	99521	0	99521	6489436	65.21
7	0.0002	0.5	0.0002	99521	20	99511	6389915	64.21
8	0.0002	0.5	0.0002	99501	20	99491	6290405	63.22
9	0	0.5	0	99481	0	99481	6190914	62.23
10	0.00015	0.5	0.00015	99481	15	99473	6091434	61.23
11	0.00008	0.5	0.00008	99466	8	99462	5991960	60.24
12	0.00008	0.5	0.00008	99458	8	99455	5892498	59.25
13	0.00023	0.5	0.00023	99451	23	99439	5793043	58.25
14	0.00038	0.5	0.00038	99428	38	99409	5693604	57.26
15	0.00015	0.5	0.00015	99390	15	99382	5594195	56.29
16	0.0006	0.5	0.0006	99375	60	99345	5494813	55.29
17	0.00063	0.5	0.00063	99315	62	99284	5395468	54.33
18	0.00103	0.5	0.00103	99253	103	99202	5296183	53.36
19	0.00076	0.5	0.00076	99150	75	99113	5196982	52.42
20	0.00107	0.5	0.00107	99075	106	99023	5097869	51.45
21	0.00081	0.5	0.00081	98970	80	98930	4998846	50.51
22	0.00109	0.5	0.00109	98890	108	98836	4899916	49.55
23	0.00107	0.5	0.00107	98783	105	98730	4801080	48.6
24	0.00096	0.5	0.00095	98677	94	98630	4702350	47.65
25	0.00134	0.5	0.00134	98583	132	98517	4603720	46.7
26	0.00154	0.5	0.00153	98451	151	98376	4505203	45.76
27	0.0008	0.5	0.0008	98300	78	98261	4406827	44.83
28	0.00248	0.5	0.00248	98222	243	98100	4308566	43.87
29	0.0019	0.5	0.0019	97978	186	97885	4210466	42.97
30	0.00207	0.5	0.00207	97792	203	97691	4112581	42.05
31	0.00277	0.5	0.00276	97589	270	97455	4014891	41.14
32	0.00195	0.5	0.00195	97320	189	97225	3917436	40.25
33	0.00294	0.5	0.00293	97130	285	96988	3820211	39.33
34	0.00246	0.5	0.00245	96845	238	96727	3723223	38.45
35	0.00326	0.5	0.00325	96608	314	96451	3626497	37.54
36	0.00268	0.5	0.00268	96294	258	96165	3530046	36.66
37	0.00469	0.5	0.00468	96036	449	95811	3433881	35.76
38	0.00422	0.5	0.00422	95586	403	95385	3338071	34.92
39	0.00431	0.5	0.0043	95183	410	94978	3242686	34.07
40	0.00471	0.5	0.0047	94774	445	94551	3147707	33.21
41	0.00402	0.5	0.00401	94328	379	94139	3053156	32.37

42	0.00434	0.5	0.00433	93949	407	93746	2959018	31.5
43	0.00489	0.5	0.00488	93543	456	93315	2865271	30.63
44	0.00627	0.5	0.00625	93087	582	92796	2771957	29.78
45	0.0064	0.5	0.00638	92505	591	92210	2679161	28.96
46	0.00674	0.5	0.00672	91914	618	91605	2586951	28.15
47	0.00688	0.5	0.00686	91296	626	90984	2495346	27.33
48	0.00728	0.5	0.00726	90671	658	90342	2404362	26.52
49	0.00813	0.5	0.0081	90013	729	89648	2314021	25.71
50	0.0089	0.5	0.00886	89284	791	88889	2224372	24.91
51	0.00992	0.5	0.00987	88493	873	88057	2135484	24.13
52	0.01044	0.5	0.01039	87620	910	87165	2047427	23.37
53	0.00981	0.5	0.00976	86710	846	86287	1960262	22.61
54	0.0123	0.5	0.01222	85863	1050	85339	1873976	21.83
55	0.01319	0.5	0.01311	84814	1112	84258	1788637	21.09
56	0.01309	0.5	0.013	83702	1089	83158	1704379	20.36
57	0.01499	0.5	0.01488	82614	1229	81999	1621221	19.62
58	0.01532	0.5	0.01521	81384	1238	80765	1539222	18.91
59	0.01699	0.5	0.01684	80147	1350	79472	1458457	18.2
60	0.02043	0.5	0.02022	78797	1593	78000	1378985	17.5
61	0.02154	0.5	0.02131	77203	1645	76381	1300985	16.85
62	0.02384	0.5	0.02356	75558	1780	74668	1224604	16.21
63	0.02555	0.5	0.02522	73778	1861	72847	1149936	15.59
64	0.02669	0.5	0.02634	71917	1894	70970	1077089	14.98
65	0.03191	0.5	0.03141	70023	2200	68923	1006119	14.37
66	0.03414	0.5	0.03357	67823	2277	66685	937196	13.82
67	0.03436	0.5	0.03378	65546	2214	64439	870512	13.28
68	0.03669	0.5	0.03603	63332	2282	62192	806072	12.73
69	0.03888	0.5	0.03814	61051	2328	59887	743881	12.18
70	0.04659	0.5	0.04553	58722	2673	57386	683994	11.65
71	0.0457	0.5	0.04468	56049	2504	54797	626609	11.18
72	0.04936	0.5	0.04817	53545	2579	52255	571812	10.68
73	0.05387	0.5	0.05246	50966	2674	49629	519557	10.19
74	0.05474	0.5	0.05329	48292	2573	47005	469928	9.73
75	0.06044	0.5	0.05866	45719	2682	44378	422923	9.25
76	0.06366	0.5	0.06169	43037	2655	41709	378545	8.8
77	0.06779	0.5	0.06556	40382	2648	39058	336836	8.34
78	0.06994	0.5	0.06758	37734	2550	36459	297778	7.89
79	0.07439	0.5	0.07173	35184	2524	33922	261319	7.43
80	0.08628	0.5	0.08271	32660	2702	31310	227397	6.96
81	0.09099	0.5	0.08703	29959	2607	28655	196087	6.55
82	0.10338	0.5	0.0983	27352	2689	26007	167432	6.12
83	0.10959	0.5	0.1039	24663	2562	23382	141424	5.73
84	0.11417	0.5	0.10801	22101	2387	20907	118043	5.34
85	0.14466	0.5	0.1349	19714	2659	18384	97136	4.93
86	0.14427	0.5	0.13456	17054	2295	15907	78752	4.62
87	0.17452	0.5	0.16051	14759	2369	13575	62845	4.26

88	0.16274	0.5	0.15049	12390	1865	11458	49270	3.98
89	0.18776	0.5	0.17165	10526	1807	9622	37812	3.59
90	0.26777	0.5	0.23615	8719	2059	7689	28190	3.23
91	0.28235	0.5	0.24742	6660	1648	5836	20501	3.08
92	0.26179	0.5	0.23149	5012	1160	4432	14665	2.93
93	0.30622	0.5	0.26556	3852	1023	3340	10233	2.66
94	0.37965	0.5	0.31908	2829	903	2378	6892	2.44
95	0.37913	0.5	0.31871	1926	614	1619	4515	2.34
96	0.40802	0.5	0.33888	1312	445	1090	2895	2.21
97	0.4378	0.5	0.35918	868	312	712	1805	2.08
98	0.4682	0.5	0.37939	556	211	451	1094	1.97
99	0.49942	0.5	0.39963	345	138	276	643	1.86
100	0.53056	0.5	0.41932	207	87	164	367	1.77
101	0.56252	0.5	0.43904	120	53	94	203	1.69
102	0.59427	0.5	0.45814	67	31	52	109	1.62
103	0.62652	0.5	0.47707	37	17	28	57	1.57
104	0.65863	0.5	0.49546	19	9	14	29	1.54
105	0.61687	0.5	0.47146	10	5	7	15	1.56
106	0.64333	0.5	0.48676	5	2	4	8	1.5
107	0.66895	0.5	0.50128	3	1	2	4	1.45
108	0.6936	0.5	0.515	1	1	1	2	1.41
109	0.71719	0.5	0.52789	1	0	0	1	1.37
110+	0.73964	1.35	1	0	0	0	0	1.35

4 lentelė: Vyrų mirtingumo lentelės

Žymėjimas	Reikšmė
x	amžius
t	kalendoriniai metai
$D(x, t)$	x amžiaus asmenų mirčių skaičius t metais
$D_{Tot}(t)$	bendras mirčių skaičius t metais
$D_{Unk}(t)$	nežinomų mirčių skaičius t metais
$D_L(x, t)$	mirčių skaičius apatiniame Lexis trikampyje
$D_U(x, t)$	mirčių skaičius viršutiniame Lexis trikampyje
$\hat{\pi}_d(x, t)$	skirtumų pagal lytį įvertinimo lygtis
$\pi_b(x, t)$	gimstamumo santykis
$B(t)$	naujagimių skaičius t metais
$IMR(t)$	kūdikių mirtingumas
$\hat{\alpha}_x^F$ ir $\hat{\alpha}_x^M$	amžiaus koeficientų reikšmės
$S(x^* - i)$	HMD išgalvota išgyvenimo funkcija
x^*	apatinė atviro amžiaus mirčių intervalo riba

${}_{\infty}D_{x^*-i}$	mirčių skaičius nuo amžiaus $x^* - i$ iki atvirojo amžiaus intervalo (jį įskaitant)
$s(x)$	išgyvenamumo funkcija, paremta Kannisto mirtingumo modeliu vyresnio amžiaus asmenims
$D(95+, t)$	95 metų ir vyresnių asmenų mirčių skaičius t metais
ω	vyriausio gyvo asmens amžius
$D_i^V(x, t)$	mirčių skaičius vertikalioje „Lexis“ paralelograme
$R(x, t)$	išgyvenusių x amžiaus žmonių santykis metais t
$P(85+, t)$	populiacijos dydis 85 metų ir vyresnių asmenų
$\mu_x(a, b)$	Kannisto mirtingumo modelis vyresnio amžiaus asmenims
$M(x, t) = m_x$	mirtingumo rodiklis
$E(x, t)$	bendras x amžiaus asmenų nugyventų metų skaičius intervale nuo t iki $t + 1$
a_x	vidutinis metų skaičius, pragyventas amžiaus intervale $[x; x + 1)$ žmonėms, mirusiems šiame intervale
q_x	mirties tikimybė amžiuje x
l_x	išgyvenusiųjų skaičius amžiuje x
d_x	mirusiųjų skaičius amžiuje x
L_x	bendras asmenų, kuriems dabar yra x metų nugyventų metų skaičius iki $(x + 1)$ - ojo gimtadienio.
T_x	bendras asmenų, kuriems dabar x metų, nugyventų metų skaičius ateityje, iki paskutinio grupės nario mirties
e_x	tikėtina likusi asmens, kurio amžius x , gyvenimo trukmė

5 lentelė: Žymėjimų lentelė